

COMUNICACIONES DEL CIMAT

55

DESIGUALDADES LINEALES. Laboratorio de Computación

Ier. CONGRESO ESTATAL DE PROFESORES DE MATEMATICAS

SALAMANCA , GUANAJUATO 

14 de marzo de 1987

ANGEL C. NAVARRETE RAMIREZ Y

ARMANDO M. MARTINEZ CRUZ

**CENTRO DE
INVESTIGACION EN
MATEMATICAS**

Apartado Postal 402

Guanajuato, Gto.

México

Tels. (473) 2-25-50

2-02-53

13 y 14 DE MARZO DE 1987.

Hagamos un ejemplo. Tomemos $a = 4$ y $c = -8$.

Mete estos datos en el programa y córrelo.

De esto podemos concluir que ahora podemos hablar de derecha e izquierda.

Esto tiene una justificación: Cuando tenemos una desigualdad en la recta real, sólo tenemos una variable y únicamente podemos hablar de derecha e izquierda. En el caso del plano, tenemos una dimensión más y podemos hablar de arriba y abajo. ¿Te imaginas qué pasa en tres dimensiones?

Una situación importante es que el conjunto solución puede ser infinito y por lo tanto la comprobación no es tan fácil como en el caso de las igualdades.

EJERCICIOS:

Todas las desigualdades propuestas son en dos variables.

1. Grafica la desigualdad:

i). $-2x > 5$.

ii). $3y < -7$.

iii). $-3x < 8$.

iv). $-2y < -8$.

2. Para las siguientes desigualdades, ¿cuál es el semiplano solución (arriba, abajo, derecho o izquierdo)?
Házlo sin el programa.

i). $y - 3 < 0$.

ii). $-x + 2 > 0$.

iii). $-y - 5 < 0$.

iv). $x - 3 > 0$.

Comprueba ahora tus respuestas, utilizando el programa.



3. Escribe una desigualdad para el semiplano:

- i). Que queda abajo de la recta $y = -2$. _____
- ii). Que queda a la derecha de la recta $x - 3 = 0$.

- iii). Que queda arriba de la recta $y + 4 = 0$. _____
- iv). Que queda a la izquierda de la recta $x = -5$.

2a. Parte. Desigualdades $ax + by > c$ (ó $< c$), con $a \neq 0$ y $b \neq 0$.

Consideremos el siguiente ejemplo:

$$2x - y < -4$$

Alimenta el programa con los datos correspondientes y córralo.

Lo primero que aparece en pantalla es la gráfica de una recta y su ecuación. Posteriormente un semiplano arriba de la recta.

Por lo tanto, geoméricamente, los puntos (x, y) de la región solución están por arriba de una recta.

Aclaremos algebraicamente esto.

$$\begin{aligned} \text{La desigualdad} & \quad 2x - y + 4 < 0 \\ \text{es equivalente a} & \quad 2x - y < -4 \\ \text{y ésta a} & \quad -y < -4 - 2x \\ \therefore & \quad y > 2x + 4. \end{aligned}$$

Sabemos que la gráfica de la ecuación $y = 2x + 4$ es una recta y que un punto (x, y) está sobre la recta si y sólo si "y es igual a $2x + 4$ ".

Así que el punto (x, y) está en la gráfica de la desigualdad $y > 2x + 4$ si y sólo si la coordenada "y" es mayor que " $2x + 4$ ".

Es decir, un punto (x, y) está en la gráfica de la desigualdad $y > 2x + 4$ si y sólo si el punto (x, y) queda arriba de un punto sobre la recta.

Como observas en la pantalla, en este caso también podemos hablar de arriba y abajo.

EJERCICIOS:

1. Escribe la ecuación de la recta que te servirá de referencia para hablar de semiplanos.

- i). $x + 3 > y/2 + 1$. _____
- ii). $x + y < 0$. _____
- iii). $3x < 2y + 4$. _____
- iv). $y - 2 < x$. _____

2. ¿Cuál es el semiplano solución para cada una de las siguientes desigualdades?

- i). $2x - y < 2$. _____
- ii). $x - y < 0$. _____
- iii). $-2x + y < 4$. _____
- iv). $-x - 3y < 7$. _____

3. Escribe una desigualdad para el semiplano:

- i). Que queda abajo de la recta $y = x - 2$. _____
- ii). Que queda arriba de la recta $y - 3 = 2x$.

3a. Parte. Solución de un sistema de 2 desigualdades con 2 incógnitas.

Un conjunto de dos desigualdades de las formas $ax + by > c$ ó $ax + by < c$ se llama "sistema de desigualdades lineales con 2 incógnitas".

La solución de una desigualdad está dada por un semiplano como vimos en la segunda parte. Así que la solución del sistema de 2 desigualdades está dada por la intersección de los semiplanos correspondientes a cada solución.

Consideremos el sistema:

$$y + 2x < 5$$

$$2x + y > -3$$

De este sistema obtenemos:

$$y < -2x + 5$$

$$y > -2x - 3.$$

Así que el conjunto solución está dado por:

$$\{(x, y) / y < -2x + 5, y > -2x - 3\}$$

En esta situación la solución gráfica es mucho mas ilustrativa que la solución algebraica.

Alimenta el programa con estos datos y observa el conjunto solución.

EJERCICIOS:

1. Obtén la solución gráfica del sistema:

$$\begin{aligned} \text{i). } & 2x + 3y < 1 \\ & 3x - 2y > -1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii). } & y > 0 \\ & 2x + 3y < 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii). } & 3x - 4y > -3 \\ & 2x - 3y < 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv). } & x < 0 \\ & 3y < 5. \end{aligned}$$

2. Usar desigualdades para describir los puntos del plano:

$$\text{i). Que están arriba de la recta } (x/2) - y + 5 = 0 \text{ y abajo de la recta } y = (-4/3)(1 + x).$$

$$\text{ii). Que están abajo de la recta } y = 2 - x \text{ y arriba de la recta } y = 8 - x.$$

CONCLUSIONES.

1. En la primera y segunda partes de la actividad hemos dividido al plano en dos regiones mediante una desigualdad. Esta situación nos ha permitido hablar de arriba, abajo, derecha e izquierda de una recta. En la tercera parte con un sistema de desigualdades dividimos al plano en 3 o 4 regiones lo que nos ha permitido hablar además de entre dos rectas.
2. A diferencia de los sistemas de ecuaciones simultáneas, las soluciones de las desigualdades no son únicas.
3. La comprobación de las desigualdades con dos incógnitas es similar al de una variable; pero como se observa en el desarrollo de la actividad, la situación gráfica es más ilustrativa.

APLICACIONES

Las aplicaciones de las desigualdades surgen en problemas de optimización. Las soluciones de un sistema, como hemos visto raramente, son únicas, pero en una situación práctica, algunas soluciones pueden ser mejores que otras.

En este caso, encontrar la mejor solución para una situación particular es una meta importante.

El método de la matemática aplicada para encontrar la mejor solución se conoce como programación lineal.

ANGEL NAVARRETE RAMIREZ
ARMANDO MARTINEZ CRUZ
Centro de Investigación
en Matemáticas.
Plaza de Valenciana 1-B.
Apdo. Postal 402.
36000-Guanajuato, Gto.
Tel. (473)-20258 y 22530.

