¿QUE ES LA EDUCACION MATEMATICA?
NUEVE PROBLEMAS EN EDUCACION MATEMATICA

76

Alfinio Flores Peñafiel

1988

¿QUE ES LA EDUCACION MATEMATICA? NUEVE PROBLEMAS EN EDUCACION MATEMATICA

Alfinio Flores Peñafiel
Centro de Investigación en Matemáticas, Guanajuato, Gto 36000

Supongamos que tuviéramos que dar en unos minutos una idea de lo que son las matemáticas de este siglo a alguien que no es un matemático. La definición de un diccionario, las matemáticas como "la ciencia del tamaño y los números" no da una idea de lo que son las matemáticas en la actualidad. Dar una lista de temas de matemáticas, tal como la lista de Mathematical Reviews tampoco sería lo más adecuado. Tal vez lo mejor sería describir algunos de los problemas más importantes en los que han trabajado o trabajan los matemáticos en la actualidad.

Cuando me pidieron que diera una descripción de lo que es la educación matemática, pensé que un enfoque semejante sería lo mejor para que alguien que no es un experto tuviera una idea de lo que es el campo de la educación matemática. En vez de tratar de definir "educación matemática", y en vez de listar las áreas que componen este campo, prefiero dar una lista de problemas. La siguiente es una lista de problemas en los que se está trabajando actualmente en educación matemática, tanto en México como en otros países. La lista no es exhaustiva de ninguna manera, y está sesgada inevitablemente por mis preferencias y limitaciones.

La lista de problemas aparece a continuación. Después se discutirá cada uno de ellos y se darán algunos elementos teóricos que permiten entender mejor cada problema.

1) ¿Qué matemáticas deben aprender durante su carrera los futuros ingenieros?
2) La matemática en el ciclo básico universal y obligatorio (primaria y secundaria), ¿qué es fundamental y qué no?
3) ¿Cómo enseñar a resolver problemas matemáticos?
4) Niveles de madurez matemática en el estudio de la geometría.
5) Estimación. ¿Qué estrategias utilizan los buenos estimadores? ¿Cómo enseñar estas estrategias? ¿Qué factores distinguen a los buenos estimadores?
6) ¿Cómo utilizar la nueva tecnología (calculadoras y computadoras) para desarrollar mejor los conceptos y la habilidad para resolver problemas?
7) ¿Qué saben de matemáticas los niños al ingresar a primaria? ¿Cómo puede aprovechar este conocimiento (contar) para desarrollar los conceptos y habilidades para sumar, restar?
8) Curso de actualización de matemáticas para profesores de Telesecundaria en el Estado de Guanajuato.
9) ¿Qué factores determinan una escuela sobresaliente? ¿Qué criterios utilizar para decidir si una escuela es sobresaliente.

1) ¿Qué matemáticas deben aprender en la universidad los futuros ingenieros?

Aunque en algunas universidades se dan otros cursos (Hernández, 1978), esencialmente el mismo tronco común de matemáticas ha existido en las carreras de ingeniería durante muchos años. Este tronco común consiste de elementos de geometría analítica, cálculo diferencial e integral, cálculo de varias variables y vectorial, y ecuaciones diferenciales. En algunas universidades se cubren temas también de matrices. Sin embargo, cada vez es más claro que este tronco no proporciona una preparación adecuada para los ingenieros, en parte debido a la creciente variedad de necesidades de los ingenieros, pero también por el creciente uso de las computadoras en casi todas las fases del análisis y diseño en ingeniería (Greber, 1983).

Aun antes de la accesibilidad de las computadoras los ingenieros consideraban fundamentales algunos temas fuera de las matemáticas continuas. Para la mayoría de los ingenieros estos temas incluyen probabilidad, estadística, y para los ingenieros electrónicos también álgebra booleana. Estos temas en general se incluyen dentro de las materias de ingeniería; probabilidad y estadística en cursos de diseño de experimentos, y los ingenieros electrónicos incluyen álgebra booleana en los cursos de circuitos electrónicos. Una parte de la formación matemática de los ingenieros ocurre en los cursos de ingeniería. Sin embargo, a veces la herramienta matemática que se va a ocupar en una materia se presenta buscando la aplicación inmediata a un problema particular, de manera limitada, y los alumnos no llegan a apreciar el poder y alcance de esa herramienta matemática y su aplicabilidad en otros problemas de ingeniería.

Como respuesta a la importancia creciente de las computadoras, se han añadido cursos al tronco de matemáticas. Es común que se requiera un curso de programación y uno de métodos numéricos. El curso de programación se centra alrededor de algún lenguaje específico (Pascal, Fortran etc.) El curso de métodos numéricos incluye integración, encontrar ceros de funciones, resolver sistemas de ecuaciones lineales, ajuste de curvas por mínimos cuadrados y otros procedimientos de ajuste. El mayor cambio en los otros cursos ha sido la incorporación de algunos temas de matrices, incluyendo valores y vectores propios en el curso de ecuaciones diferenciales. El uso de procedimientos numéricos requiere una mayor sensitividad de parte del ingeniero a cuestiones de existencia y unicidad. Los estudiantes de ingeniería deben estar ahora más conscientes de la importancia de una formulación matemática apropiada para resolver un problema.

La computadora permite que algunos temas sean desenfatizados o eliminados;

por ejemplo, las técnicas para evaluar integrales analíticamente, que pueden ser evalluadas numéricamente con una computadora. El uso de métodos numéricos para calcular funciones sobre conjuntos continuos requiere entrelazar ideas numéricas y analíticas, más que cursos separados.

La necesidad de reexaminar más profundamente los programas de matemáticas viene de:

a) muchos ingenieros tratan con problemas que naturalmente se manejan en forma discreta,
b) muchas de las situaciones físicas pueden ser descritos por enunciados sobre sistemas discretos, y
c) la computadora nos permite manejar datos discretos directamente.

Los alumnos deben ser capaces de manejar la matemática discreta no sólo como una forma de aproximar soluciones sobre conjuntos continuos, sino como una forma de tratar con problemas desde el principio (Hernández, 1979). Para que sea efectiva, esta actitud debe ser prevalente tanto en los cursos de ingeniería como en los de matemáticas.

En la búsqueda de nuevos programas que estén al día en los nuevos desarrollos matemáticos, así como con la nueva capacidad de cómputo, no debemos olvidar que no podemos incluir todo, y que debemos continuar desarrollando el conocimiento y la madurez matemática más allá del tronco común, tanto en los cursos de matemáticas como en los de ingeniería.

Fijar los nuevos contenidos del tronco común de matemáticas en ingeniería requerirá estudios del uso de las herramientas matemáticas en el campo profesional, en la industria, consultar expertos en modelación matemática, comparar los programas en instituciones académica de excelencia. La incorporación de estas herramientas en los programas, de forma funcional y no sólo una reforma en el papel, requiere de la elaboración de materiales, tales como libros de texto y paquetes de cómputo, así como cursos de actualización de profesores, ya que muchas veces en los cursos más avanzados de ingeniería no se aplica la herramienta matemática más adecuada, no porque no exista, sino por que el maestro no la domina. Esta falta de uso hace que los alumnos piensen que las matemáticas que aprendieron no son útiles.

2) La matemática en el ciclo básico universal y obligatorio (primaria y secundaria), ¿qué es fundamental y qué no?

Cambios en la sociedad mexicana, tales como el hecho de que una proporción mucho mayor de mexicanos terminan ahora la primaria, una mayor industrialización del país, y cambios tecnológicos tales como la accesibilidad de las calculadoras de bolsillo, hacen que tengamos que repensar a fondo cuáles de los contenidos matemáticos que enseñamos en el ciclo básico siguen siendo fundamentales y cuáles no. Tenemos que determinar cuáles son las áreas de habilidades básicas fundamentales que debe desarrollar el alumno, que incluyen pero no se limitan sólo a habilidades computacionales. En los próximos años, algunos aspectos de las matemáticas serán cada vez más importantes (Conference Board of the Mathematical Sciences, 1982), tales como:

aritmética mental
estimación
aproximación
sentido numérico
valor posicional
porcentajes
notación científica
análisis de datos
estadística
probabilidad
concepto de función
comprensión geométrica intuitiva
relación entre número y geometría
medición
pensamiento algortítmico
resolución de problemas

Actualmente el tiempo que se dedica a la enseñanza de estos aspectos en el ciclo básico es mínimo. Si queremos incorporar estos aspectos en la enseñanza de la matemáticas sin aumentar desmesuradamente el tiempo correspondiente a la clase de matemáticas, debemos también examinar con cuidado cuáles aspectos deben ser desenfatizados o incluso eliminados, a fin de hacer lugar para los otros tópicos.

3) ¿Cómo enseñar a resolver problemas matemáticos?

El año de 1945 marca un hito en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Ese año aparece el libro de Pólya sobre cómo resolver problemas. En él se describen cuatro fases para resolver problemas:

1. Comprensión del problema
2. Concepción de un plan.
3. Ejecución del plan.
4. Visión retrospectiva.

Estas cuatro fases las desglosa el mismo Pólya. Para cada una sugiere una serie de preguntas que el estudiante se puede hacer, o de aspectos que debe considerar para lograr avanzar en la resolución del problema.

Este estudio de los métodos para resolver problemas, le dio nueva fuerza al campo de la heurística. Pólya amplió el estudio de la heurística en dos obras subsecuentes (Pólya, 1954; 1981).

Pensamiento heurístico son las estrategias y técnicas para avanzar en problemas desconocidos y no usuales; reglas prácticas para la solución efectiva de los problemas, incluyendo:

> dibujar figuras, introducir una notación adecuada,
> aprovechar problemas relacionados, explotar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema, introducir elementos auxiliares en un problema; generalizar, especializar, variar el problema,
> trabajar hacia atrás,
> los procedimientos de prueba y verificación como reducción al absurdo y demostración indirecta.

Han pasado más de cuarenta años de la aparición del libro de Pólya y casi una década desde que se propuso que la solución de problemas debe ser el foco de la enseñanza de las matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics, 1980), sin embargo, la enseñanza de cómo resolver problemas no ha llegado a ser una parte integral en la clase de matemáticas. Los maestros, aunque reconocen en las indicaciones de Pólya actividades que ellos mismos realizan al resolver problemas, encuentran que resulta difícil hacer que los alumnos aprendan a utilizar el pensamiento heurístico.

Por una parte las categorías de Pólya de pensamiento heurístico resultan demasiado abstractas y generales para el principiante (Schoenfeld, 1985). Descomponer las estrategias generales en estrategias más específicas es el primer paso. El siguiente paso es proporcionar instrucción en cada una de las estrategias más específicas.

Por otro lado la habilidad para resolver problemas se ve afectada por factores tales como los recursos matemáticos con los que cuenta el alumno, el control que tenga de las estrategias utilizadas y su sistema personal de creencias. La interrelación entre ellas y el pensamiento empieza apenas a ser estudiada y entendida.

Los recursos son los conocimientos matemáticos que posee el individuo y que pueden ser utilizados en el problema. Incluye intuiciones y conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos algorítmicos, procedimientos "rutinarios" no algorítmicos, comprensión acerca de las reglas para trabajar en el dominio.

Control son las decisiones globales respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias. Como parte del control están las acciones tales como planeación, regulación y evaluación, toma de decisiones, y los actos metacognitivos conscientes

El sistema de creencias es la visión del mundo que tenga el individuo de las matemáticas, acerca de sí mismo, acerca del ambiente, acerca del tema, acerca de las matemáticas. Forman un conjunto que determinan, no necesariamente de manera consciente, la conducta de un individuo,
Los sistemas de creencias son la perspectiva con la cual uno se aproxima a las matemáticas y a las tareas matemáticas. Las creencias de uno acerca de las matemáticas pueden determinar cómo escoge uno apoximarse a un problema, cuáles técnicas serán usadas o evitadas, qué tanto tiempo o qué tan duro trabaja uno en el problema etc. Las creencias establecen el marco dentro del cual operan los recursos, el pensamiento heurístico y el control.

4) Niveles de madurez matemática en el estudio de la geometría.

Los problemas que tienen muchos de los alumnos con un curso de geometría con un gran énfasis en las demostraciones dentro de un sistema axiomático, se pueden deber a un desfasamiento del nivel de desarrollo del pensamiento geométrico del alumno con el nivel requerido para un curso de tal tipo. Van Hiele propone un modelo de los niveles de desarrollo de los alumnos. De acuerdo con Van Hiele, los alumnos no pueden alcanzar un nivel si no dominan primero los niveles anteriores. El paso de un nivel a otro no se da automáticamente con la edad, sino que depende directamente de la enseñanza que se dé al alumno.
Los niveles de Van Hiele se pueden describir de la siguiente manera (Fuys et al, 1988):

- Nivel 0 Reconocimiento: el alumno distingue las figuras geométricas como un todo, de acuerdo con su apariencia, pero no analiza las partes que las forman.
- Nivel 1 Análisis: el alumno analiza las propiedades de la figura y sus partes, y descubre propiedades y reglas de una clase de figuras empíricamente.
- Nivel 2 Deducción local: a partir de propiedades aceptadas o descubiertas previamente, se establecen deductivamente nuevas propiedades de maner informal, no se parte de una serie de axiomas y definiciones.
- Nivel 3 Deducción axiomática: los alumnos deducen teoremas de manera rigurosa a partir de los axiomas y teoremas previamente demostrados.
- Nivel 4 Comparación de sistemas axiomáticos: el alumno establece teoremas en distintos sistemas axiomáticos y analiza y compara estos sistemas.

Van Hiele (1986) propone una estrategia para conducir a los alumnos de un nivel a otro, que consiste en las siguientes fases:

Fase 1 Información: los alumnos fe familiarizan con el campo de trabajo.
Fase 2 Orientación guiada: los alumnos son conducidos a explorar mediante tareas dadas por el maestro o hechas por ellos mismos diferentes relaciones de la red que tiene que formarse.
Fase 3 Explicitación: verbalización y expresión por parte del alumno de las relaciones exploradas.
Fase 4 Orientación libre: los alumnos aprenden por medio de tareas generales a estructurar el conocimiento dentro de la red de relaciones.
Fase 5 Integración: hacen una síntesis de lo aprendido y de la nueva red de relaciones a su disposición

Se han realizado investigaciones para probar este modelo con alumnos de diferentes niveles (Fuys et al,1988). En nuestro país el uso de este modelo para el diseño de cursos alternativos de geometría a nivel universitario apenas empieza (Rodríguez Luévanos, 1989).

5) Estimación. ¿Qué estrategias utilizan las personas que son buenos estimadores? ¿Qué factores distinguen a las personas que son buenos estimadores?

Estudios realizados en distintos países han encontrado que las personas que tiene una mejor habilidad para realizar buenas estimaciones computacionales utilizan las siguientes estrategias: reformulación, traducción, y compensación (Reys et al, 1982).

La reformulación consiste en un cambio de los datos numéricos dejando intacta la estructura matemática del problema, como:

a) uso de los números de enfrente
- trabajar con uno o más de los dígitos de la izquierda
- redondear al más próximo múltiplo de diez, cinco, cien etc.

b) sustitución de los números
- usar un número comparable, cercano al original para operar fácilmente con otros datos
- usar una forma equivalente del número

Ejemplos:

Datos originales	reformulados	
87 419	8	
92 765	9	
90 045	9	
81 974	8	
+ 98 102	+ 9	44 ó 45, la suma es 450 000

474 257 / 8 127 480 000 / 8 000

347 * 6 / 43 350 * 6 / 42

La traducción consiste en cambiar los números y la estructura matemática del problema, como:

a) procesar los valores numéricos en un orden diferente al dado, que sea matemáticamente equivalente

347 * 6 / 43 347 * (6 / 43)

b) cambiar los números

31 * 68 * 296 30 * 70 * 300 21 * 30 000

c) cambiar las operaciones dadas en el problema para formar un problema equivalente

87 419	5 * 90 000
92 765	
90 045	
81 974	
+ 98 102	

La compensación son los ajustes hechos para reflejar variaciones en los números debidas a una reformulación o una traducción.

Los investigadores han encontrado que los que tienen habilidad para hacer buenas estimaciones, además de utilizar las estrategias mencionadas, tienen las siguiente características (Reys et al, 1982):

Recuerdan rápida y exactamente los resultados básicos para todas las operaciones.
Tienen un buen sentido de cómo el valor posicional es afectado por las diferentes operaciones de la aritmética.
Hacen rápido y eficiente uso de cálculos mentales para producir información numérica precisa con la cual formular estimaciones.
Tienen tolerancia al error - su comprensión del concepto de estimación les permite estar cómodos con cierto error.
Tienen conocimiento y usan propiedades numéricas, tales como las propiedades conmutativa, asociativa, distributiva, tienen conocimiento del orden de las operaciones.
Escogen rápidamente de entre varias estrategias, la más conveniente; la estrategia particular de estimación usada depende de los números y de las operaciones involucrados.
Tienen confianza en sí mismos.

Este estudio de las estrategias utilizadas por los buenos estimadores y de sus características es el primer paso para desarrollar materiales e ideas para enseñar a los alumnos a estimar.

6) ¿Cómo utilizar la nueva tecnología (calculadoras y computadoras) para desarrollar mejor los conceptos y la habilidad para resolver problemas?

El gran potencial de la computadora para procesar y almacenar información, y para hacer gran cantidad de operaciones matemáticas en poco tiempo, ya es accesible en las escuelas, debido a las computadoras de tipo personal. Al mismo tiempo, las calculadoras de bolsillo han alcanzado altos niveles de sofisticación y tienen capacidades tales como trazar gráficas, guardar y correr programas, hacer manipulación simbólica, que antes sólo tenían las computadoras. Esta tecnología tiene el potencial de revolucionar la enseñanza de las matemáticas.

Al incorporar las computadoras y las calculadoras en la enseñanza de las matemáticas es necesario plantear y responder una serie de cuestiones, que se pueden agrupar en tres grandes categorías: contenidos, métodos de enseñanza, y preparación de maestros.

Dentro de las cuestiones relacionadas con los contenidos están las prioridades de los contenidos y su secuencia.
Debemos pensar qué nuevos contenidos matemáticos deben ser añadidos, qué habilidades o conceptos matemáticos deben recibir una mayor atención que en el presente, qué contenidos matemáticos deben ser desenfatizados o quitados, cómo se debe secuenciar el contenido para enfatizar los conceptos y las habilidades prioritarias.

Dentro de las cuestiones relacionadas con los métodos de enseñanza están el papel del maestro, la organización, el tiempo de clase, y el proceso de aprendizaje, como por ejemplo el potencial de la computadora para facilitar el aprendizaje individual, el uso de la computadora para apoyar la clase de matemáticas en una situación tradicional, el potencial de la computadora para cambiar los tiempos relativos de clase dedicado al aprendizaje de conceptos y habilidades en matemáticas.

Dentro de las cuestiones relacionadas con la preparación de maestros de matemáticas, hay que analizar las implicaciones que tienen los cambios en las prioridades y la secuencia de los contenidos en la preparación de maestros, los cursos de métodos de enseñanza de las matemáticas que deben ser incluidos. Hay que determinar cómo pueden los maestros de matemáticas ser ayudados a asumir los papeles que hace posible la integración de las computadoras a la educación.

Es claro que resolver adecuadamente estas cuestiones requiere de un esfuerzo conjunto y organizado de mucha gente preparada en diversas áreas. Sin embargo, si no queremos repetir la amarga experiencia de otros países donde el potencial enorme de la computadora en la educación se aprovecha sólo en mínima parte, a pesar de los grandes gastos hechos por las escuelas en equipo y paquetes de cómputo, debemos planear cuidadosamente la incorporación de esta maravillosa herramienta en la enseñanza de las matemáticas. La mera presencia de las computadoras en las escuelas no garantiza de ningún modo que la calidad de la enseñanza de las matemáticas vaya a ser mejor.

7) ¿Qué saben de matemáticas los niños de seis años al ingresar a primaria? ¿Cómo puede aprovechar este conocimiento (contar) para desarrollar los conceptos y las habilidades para sumar, restar, multiplicar?

Un resultado de la investigación reciente en el aprendizaje de la aritmética es la importancia de contar (Kulm, 1985a). Los niños cuentan de manera natural e informal para resolver problemas comunes. Muchos niños en edad pre-escolar inventan sus propias estrategias para resolver problemas que usualmente no se espera que resuelvan hasta segundo año o después. Una vez en la escuela, los niños continuan usando estrategias de conteo, a pesar de que los maestros les dan instrucciones de no hacerlo.
La investigación ha mostrado que la enseñanza de la aritmética se puede apoyar en las habilidades de contar de los niños. Desarrollar estas habilidades de contar y construir sobre ellas, es la base para un trabajo más formal y simbólico más adelante.

Contar es mucho más que recitar de memoria una serie de números. Los niños deben entender cinco principios antes de que el conteo pueda ser usado de manera efectiva (Kulm, 1985a):

1. Orden estable. El niño cuenta en una secuencia fija: "uno, dos, tres" etc. Si el niño cuenta saltándose algunos números pero siempre en el mismo orden, entiende este principio. Con el tiempo el niño puede aprender a llenar los números faltantes.
2. Apareamiento uno a uno: al contar los objetos, el niño aparea cada número con un objeto y cuenta todos los objetos.
3. Número total: El niño sabe que el último número contado es el número total de objetos.
4. Objetos diferentes: El niño sabe que los objetos a ser contados no necesitan ser todos del mismo tipo.
5. Orden diferente: El niño sabe que los objetos pueden ser contados en cualquier orden. Por ejemplo, puede contar con cualquiera de los objetos siendo el primero.

La enseñanza al principio de la suma y la resta, y aún de la multiplicación y división se puede basar en habilidades sólidas de conteo. La investigación muestra que los niños no aprenden simplemente dominando una habilidad aisladamente y archivandola en la memoria. El material que se enseña de está forma se olvida rápidamente y casi nunca se aplica a situaciones nuevas. Los alumnos aprenden mejor cuando las ideas tienen sentido y se conectan con el conocimiento previo.

Generalmente los niños empiezan contando objetos físicos, muchas veces ayudados tocando o moviendo cada objeto. Más tarde, son capaces de recitar los números para resolver un problema. Etapas intermedias pueden involucrar el uso de los dedos, dar golpes con el lápiz, mover la cabeza, y otras acciones para llevar la cuenta de los número contados o faltantes. Los maestros deben entender que estos actos son una parte natural en el desarrollo de la comprensión del número en muchos niños.

Conforme los niños empiezan a hacer aritmética, usan diferentes enfoques de conteo. Muchas veces inventan estrategias de conteo para encontrar sumas y restas que no han sido memorizadas. Hay evidencia que se pueden enseñar estas estrategias a los niños que no las inventan por sí mismos. La ventaja de este enfoque sobre el aprendizaje memorístico es que los niños pueden aprender los hechos básicos con más sentido, y tener algo en qué basarse si se les olvida un hecho.

La estrategia más sencilla para la suma es la de modelación directa, donde el niño cuenta todos los objetos. El niño representa ambas partes con objetos y cuenta el número total en los dos conjuntos (Kulm, 1985b).
Además de esta estrategia, se han identificado varias estrategias más avanzadas (Kulm, 1985a):

1. Seguir contando. Para encontrar una suma, el niño empieza con un número y luego "sigue contando" el otro. Por ejemplo, para sumar 5 + 3, el niño cuenta: "cinco (pausa), seis, siete, ocho."
2. Contar hacia atrás. Aunque esta habilidad es difícil para muchos niños, algunos la usan para restar.
3. Contar múltiplos: Muchos niños aprenden por sí mismos a contar de dos en dos, de tres en tres, de cinco en cinco, de diez en diez. Esta habilidad proporciona una conexión para entender la multiplicación y la división.
4. Conteo combinado: seguir contando y contar hacia atrás se pueden utilizar para hacer cálculos mentales complicados y estimaciones.
5. Casi dobles: Muchos niños aprenden las sumas dobles primero (1 + 1 = 2, 2 + 2 = 4, 3 + 3 = 6, etc.) Otros resultados se pueden obtener de estos contando hacia adelante o hacia atrás.
6. Compensación: Esta estrategia se basa también en los dobles. Por ejemplo, para encontrar 4 + 6 el niño recuerda que 5 + 5 = 10, y que 4 es uno menos que cinco y que 6 es uno más que 5.

La investigación ha mostrado que los niños se basan menos cada vez en el conteo, conforme recuerdan más hechos. Las estrategias que conectan contar con hechos ya aprendidos proporcionan una forma de extender con sentido el conocimiento de los niños.

8) Curso de actualización de matemáticas para profesores de Tele-secundaria.

El sistema de las tele-secundarias ha tenido un crecimiento muy rápido en los últimos años en el estado de Guanajuato, donde hay actualmente cerca de 400 de estas escuelas y 1500 maestros. Con la ayuda de una clase televisada, el maestro en este tipo de escuelas enseña materias tan diversas como matemáticas, español, ciencias naturales, ciencias sociales, además de otras actividades. La gran mayoría de los maestros del sistema de tele-secundarias (85%) no cuentan con la especialidad de matemáticas, lo cual significa que muchos carecen de la formación adecuada para impartir la clase de matemáticas. Como un primer paso para actualizar a los maestros de matemáticas del estado se implementó un curso intensivo de 400 horas para cerca de 40 profesores de matemáticas (Flores, 1987a). Esto sentó las bases para que posteriormente se pudiera diseñar un curso con la potencialidad de llegar a todos los maestros de secundaria del estado, con los maestros preparados en el curso intensivo como multiplicadores (Flores, 1987b). Para este curso se dio importancia tanto a los contenidos matemáticos, como a los métodos de enseñanza, y a los materiales. Se elaboraron 15 prácticas de laboratorio de matemáticas, cinco para cada grado (Flores Peñafiel et al, 1987). Las evaluaciones, comentarios y sobre todo la entusiasta participación de los asistentes, hicieron que se diseñara un curso más extenso para los maestros del sistema de tele-secundaria que no cuentan con la especialidad de matemáticas. Para esta nueva fase se elaboraron 15 prácticas más de matemáticas (Guzmán Padilla, 1989). Esta serie de cursos permite a los maestros no sólo conocer metodologías alternativas para la enseñanza de las matemáticas, donde el alumno participa activamente en el aprendizaje, sino que les permite a los mismos maestros tener una mejor comprensión de los conceptos matemáticos que están enseñando.

9) ¿Qué factores determinan una escuela sobresaliente? ¿Qué criterios utilizar para decidir si una escuela es sobresaliente?

Un estudio de 571 escuela ejemplares en matemáticas en E. U. mostró características comunes en estas escuelas a pesar de la gran diversidad entre las escuelas rurales, urbanas, grandes y chicas (Driscoll, 1987). En las buenas escuelas hay:

1. Directores efectivos que son conocedores, entusiastas, facilitan la creatividad, y son innovadores.
2. Maestros que mantienen el orden en su salón de clases, saben bien su materia y la comunican a los alumnos.
3. Procedimientos tanto formales como informales para reconocer el buen trabajo de los maestros.
4. Buenas relaciones maestro - alumno.
5. Altas expectativas para los alumnos y procedimientos efectivos para motivar a los alumnos.
6. La convicción de que los problemas que afectan a las escuelas se pueden resolver.
7. Participación de los padres y la comunidad en actividades académicas y atléticas.
8. Discusión pública y constante de la metas escolares.

Estos hallazgos son consistentes con los reportados en un contexto más amplio (What works, 1986). En este resumen de las investigaciones realizadas con respecto a la efectividad de las escuelas se mencionan las siguientes características de las escuelas con un alto desempeño y actitud positiva de los alumnos:

Liderazgo educativo vigoroso;
un director que toma decisiones claras, consistentes y justas;
un énfasis en la disciplina y un ambiente ordenado;
prácticas educativas que se enfocan en habilidades básicas y desempeño académico;
apoyo colegiado de los maestros al desempeño de los alumnos;
maestros con expectativas altas de que todos sus alumnos pueden y quieren aprender; y
revisión frecuente del progreso del alumno.

En las escuelas efectivas tanto los directores, los maestros, los alumnos y los padres están de acuerdo con las metas, los métodos y los contenidos de la enseñanza. Están unidos en reconocer la importancia de un curriculum coherente, del reconocimiento público de los alumnos que tienen éxito, de promover un sentido de orgullo de la escuela, y de proteger el tiempo de la escuela para aprender.

Determinar criterios válidos y confiables para detectar cuáles son las escuelas sobresalientes en nuestro país, como por ejemplo mayor proporción de ingreso al ciclo inmediato superior, mayor proporción de ganadores en concursos, no es tarea fácil. Y una vez detectadas las escuelas sobresalientes determinar cuáles son las características que tienen en común es una investigación abierta.

Conclusión

De la lista anterior de problemas debe quedar claro que para resolverlos se necesita un conocimiento sólido de las matemáticas, pero que de ninguna manera es suficiente. Se necesitan también otros conocimientos y otras habilidades para resolver esos problemas. Debe ser claro también que preparar personal capacitado para investigar y resolver estos problemas se debe de hacer de manera sistemática, que la preparación debe ser en profundidad y en extensión. Un programa de maestría, para alumnos de tiempo completo, con un balance de contenidos matemáticos y cursos de educación puede preparar parte de la gente necesaria para trabajar en el campo de la educación matemática (Flores Peñafiel, 1988).

Referencias

Conference Board of the Mathematical Sciences. (1982) The mathematical Sciences Curriculum: What is still fundamental and what is not. National Science Foundation.

Driscoll, Mark. (1987) Stories of excellence: Ten case studies from a study of exemplary mathematics programs. National Council of Teachers of Mathematics.

Flores Peñafiel, Alfinio. (1987a) El laboratorio y la computadora en la enseñanza de las matemáticas. Aportaciones Matemáticas, Comunicaciones 3, p. 151-182.

Flores Peñafiel, Alfinio. (1987b) Actualización por laboratorios. Trabajo presentado en el Congreso Nacional de la Asociación de Profesores de Matemáticas. Jalapa, Ver.

Flores Peñafiel, Alfinio. (1988) Maestría en Matemáticas - Educación Matemática. Comunicaciones del CIMAT.

Flores Peñafiel, Alfinio; Mirabal, F.; Martínez, A.; Lerma, J. (1987) Prácticas de matemáticas para primero, segundo y tercero de secundaria. Comunicaciones del CIMAT.

Fuys, D.; Geddes, D.; Tischler, R. (1988) The Van Hiele Model of thinking in geometry among adolescents. National Council of Teachers of Mathematics.

Greber, Isaac. (1983) Engineering needs and the college mathematics core. En A. Ralston y G. S. Young: The future of college mathematics. Springer Verlag.

Guzmán Padilla, Livier. (1989) Prácticas de matemáticas para secundaria. Comunicaciones del CIMAT.

Hernández, Diego Bricio. (1978) Tronco común de las carreras de ingeniería de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería. Manuscrito no publicado.

Hernández, Diego Bricio. (1979) El salto de lo continuo a lo discreto. Conferencia presentada en el 1er Coloquio de Matemáticas del CIEA-IPN.

Kulm, Gerald. (1985a) Counting and early arithmetic learning. National Institute of Education.

Kulm, Gerald. (1985b) Learning to add and subtract. National Institute of Education.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980) An agenda for action: Recommendations for school mathematics in the 1980s. National Council of Teachers of Mathematics.

Pólya, G. (1945) How to solve it. Princeton University Press. (Traduccion al español: Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, 1975.)

Pólya, G.(1954) Mathematics and plausible reasoning. Vol. 1 Induction and analogy in mathematics. Vol. 2 Patterns of plausible inference. Princeton University Press.

Pólya, G. (1981) Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving. Wiley.

Reys, R. E.; Bestgen, B. J.; Rybolt, J. F.; Wyatt, J. W. (1982) Processes used by good computational estimators. Journal for Research in Mathematics Education, 13, 183-201.

Rodríguez Luévanos, Rosa Amelia. (1989) El modelo de Van Hiele del desarrollo del pensamiento geométrico: Una experiencia en la Universidad Autónoma de Nuevo León. Manuscrito no publicado.

Schoenfeld, A. H. (1985) Mathematical problem solving. Academic Press.

Van Hiele, Pierre M. (1986) Structure and insight. Academic Press.

What works: Research about teaching and learning. (1986) U. S. Department of Education.

Agradecimientos

A Rosa Amelia Rodríguez Luévanos, Diego Bricio Hernández y Maximino Tapia por su comentarios y sugerencias en la elaboración de este trabajo.