

La simetría en la
ciencia y en el arte

74

74

Alfinio Flores Peñafiel
1988

Presentado en el Ciclo de charlas de los miércoles, 10 de agosto 1988.

Secretaría de Educación, Cultura y Recreación y Museo de la Alhóndiga de Granaditas INAH.

La simetría en la ciencia y en el arte

Alfinio Flores Peñafiel

Centro de Investigación en Matemáticas

Contenido

Introducción	1
Simetría y asimetría en la naturaleza	2
Objetos asimétricos	2
Objetos simétricos	3
Tipos de simetría	3
Simetría bilateral	3
Simetría puntual	5
Transformaciones e invariantes	6
Extensión del concepto de simetría	6
Rotaciones	6
Traslaciones	7
Simetrías en el plano	8
Semejanza	9
Conclusión	10
Referencias	11

LA SIMETRÍA EN LA CIENCIA Y EN EL ARTE

Perhaps Looking-glass milk isn't good to drink

Lewis Carroll, *Through the looking glass*

Introducción

Uno de los hechos que más saltan a la vista de cualquier observador de la naturaleza es la enorme diversidad de las cosas que aparecen en ella. Diferencias de tamaño, de forma, de color, de consistencia, de textura, de aroma, de sabores. La naturaleza muestra una gran gama de recursos y variaciones. Adopta formas más complicadas y sofisticadas que las que hubiéramos podido imaginar.

Sin embargo, la gran diversidad y complejidad en la naturaleza no se nos presenta como algo caótico e inentendible. No obstante su diversidad, la naturaleza muestra una unidad esencial, y una sencillez sorprendente. Es precisamente esta capacidad del hombre de ver un principio sencillo que rige una infinidad de fenómenos, esta capacidad de ver cosas aparentemente inconexas como parte de una sola cosa, de ver unidad donde aparentemente no la hay, de reconocer similitudes en objetos que a primera vista parecen completamente distintos, la que ha permitido al hombre comprender mejor la naturaleza y admirarla más plenamente. Por ejemplo, la cantidad de sustancias que existen es grandísima, sin embargo todos están compuestos de átomos, y hay sólo 92 elementos distintos.

La complejidad de los seres vivos es todavía mayor, las proteínas principal materia prima de que están formados, constan de millones de átomos, no obstante las unidades que las forman, los aminoácidos son sólo unos 20.

La naturaleza se nos presenta no como un caos ininteligible sino con una gran armonía y equilibrio. Tal vez la forma de armonía y equilibrio más sencilla sea la simetría. Hay simetría en una gota de agua, en una burbuja de jabón, hay simetría en las ondas en un estanque de agua, en las flores de una planta, en sus hojas, hay simetría en los cristales, hay simetría en las aves, en los peces, en las mariposas, hay simetría en nosotros mismos.

La simetría es armonía y éste era el significado original de la palabra. Sin embargo, hay también otro tipo de armonía en los objetos, ellos nos dan una sensación de equilibrio, aunque realmente no sean simétricos: por ejemplo el dibujo de un tapiz que se repite, las grecas en una pirámide, los árboles alineados a lo largo de un camino, la concha de un caracol.

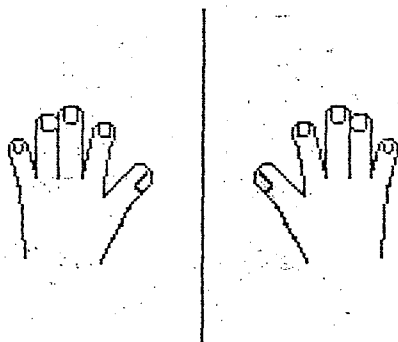
Veremos después cómo todos estos objetos tienen también una forma de simetría.

La obra del hombre, en sus construcciones, su pintura, sus esculturas, grabados presentan al igual que la naturaleza una gran diversidad, pero a la vez hay una búsqueda por la armonía y el equilibrio. Hay simetría en nuestras construcciones, en nuestros objetos de arte. Esto lo encontramos desde las antiguas pirámides mayas hasta las modernas construcciones de nuestra época. En los utensilios de uso diario tanto como en los que el hombre considera como únicamente decorativos también encontramos elementos simétricos.

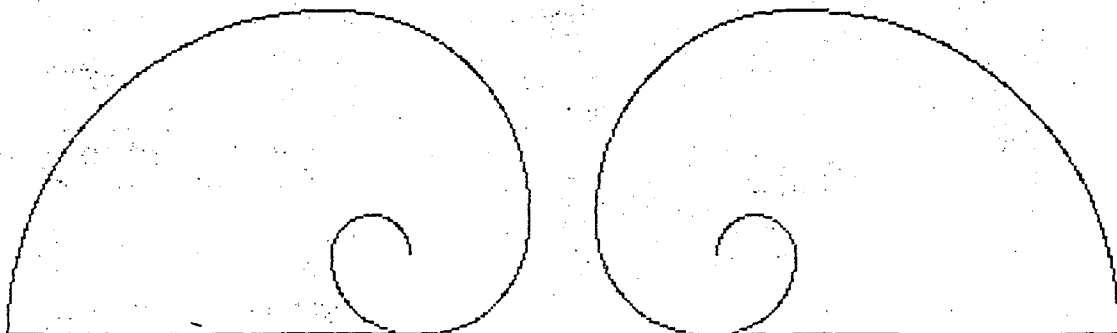
Simetría y asimetría en la naturaleza

Objetos asimétricos

Al reflejar un objeto en un espejo, obtenemos otro objeto que aunque sumamente parecido, por lo general no es igual al primero. Un triángulo escaleno y su reflexión no se pueden superponer uno encima del otro. Quedan con distinta orientación. De la misma manera no se pueden superponer una mano y su imagen en el espejo (la imagen de la mano derecha es la mano izquierda). No se puede hacer coincidir una mano derecha con una izquierda.



De la misma manera, el zapato izquierdo no se puede hacer coincidir con el derecho. Un tornillo de rosca izquierda es también la imagen en el espejo de un tornillo de rosca derecha. Un caracol izquierdo es la imagen reflejada de un derecho.



Como un átomo de carbón se puede unir a otros cuatro átomos, existen dos posibles configuraciones espaciales donde el carbono está unido a cuatro grupos químicos distintos. Los dos compuestos son imágenes simétricas uno del otro. Los compuestos que son uno la imagen simétrica del otro tienen frecuentemente propiedades distintas. Por ejemplo el azúcar se presenta en dos formas: dextrosa y levosa. Una tiene la propiedad de hacer girar la luz polarizada en un sentido y la otra en el sentido contrario. Los aminoácidos también contienen un carbón asimétrico. O sea que también existen dos formas simétricas de aminoácidos. Es interesante que los organismos vivos contienen sólo un tipo de azúcar y de aminoácidos.

Las proteínas tienen una estructura en espiral, o sea que se podrían tener dos formas, una la imagen simétrica de la otra, como en los tornillos. Sin embargo casi siempre aparece una sola de las formas. Generalmente son incompatibles. Cuando Alicia en "Al otro lado del espejo" se pregunta si la leche del espejo es buena para tomar, está haciendo realmente una pregunta profunda. Para poder asimilar una proteína se necesitan enzimas. Las enzimas funcionan específicamente. Un modelo simplificado sería el de llave - cerradura, una llave sólo abre una cerradura. Como una molécula y su imagen en el espejo no se pueden hacer coincidir, tampoco una enzima que actúa sobre una molécula puede actuar sobre la imagen simétrica.

Objetos simétricos

Aunque los seres vivos son asimétricos a nivel molecular, muchos de ellos presentan simetría. En el caso de organismos donde no hay ninguna dirección privilegiada, donde la gravedad y la dirección de movimiento no son determinantes, es frecuente encontrar simetría esférica, como es el caso de radiolarias.

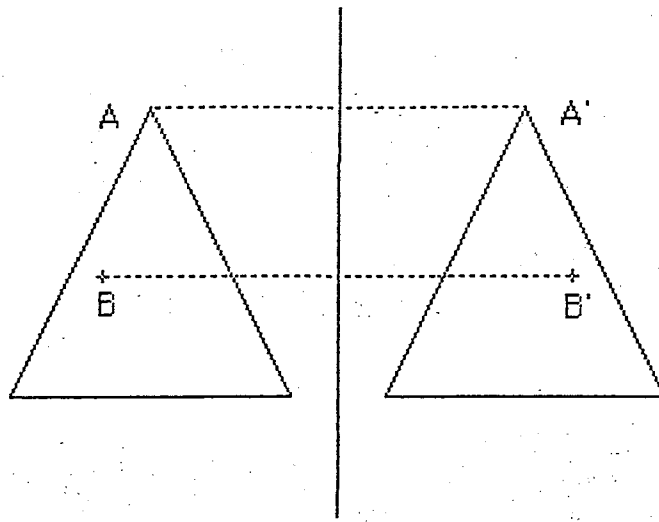
En el caso de que sólo una dirección sea determinante es frecuente encontrar simetría puntual. Tal es el caso de organismos que están fijos a una superficie, que distinguen arriba y abajo.

Cuando hay dos direcciones determinantes como en el caso de la gravedad y la dirección de movimiento, es común encontrar simetría bilateral. En este caso la simetría morfológica externa es más común que la interna.

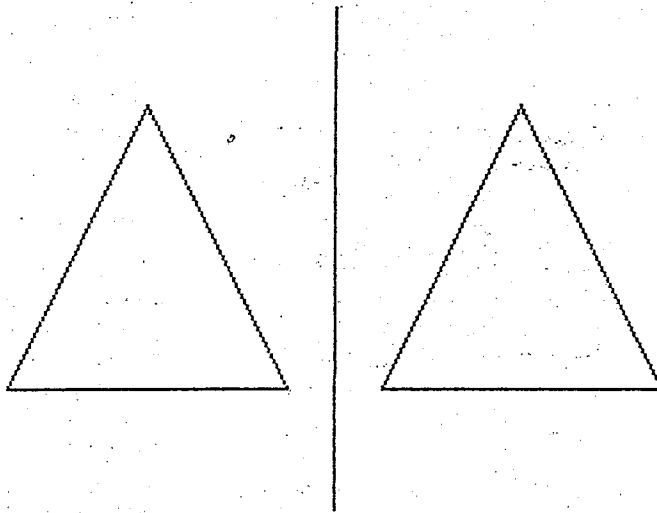
Tipos de simetría

Simetría bilateral

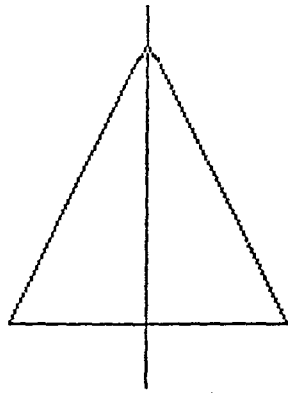
La imagen simétrica se obtiene reflejando cada punto del otro lado del espejo, perpendicularmente a él y a la misma distancia.



Hay objetos que sí se pueden superponer con su imagen en el espejo. Por ejemplo un triángulo isósceles, o un rectángulo, son exactamente iguales a su imagen en el espejo.

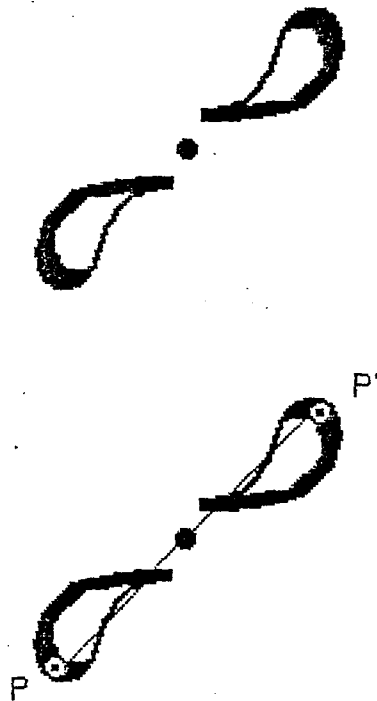


Si analizamos por qué ciertos objetos son iguales a sus imágenes podemos darnos cuenta que estos objetos no necesitan espejo. Por así decirlo ellos tienen su propio espejo. Los objetos simétricos tienen un plano de simetría a través de ellos.

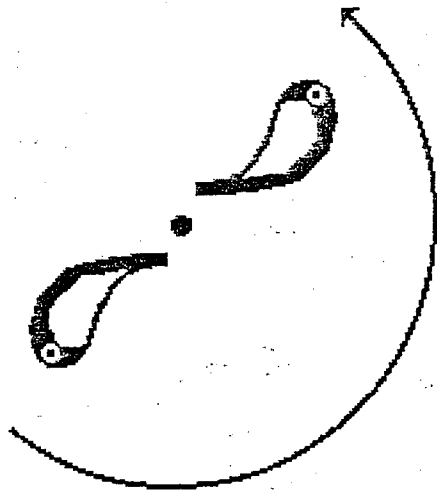


Simetría puntual

Un reflexión a través de un punto fijo produce otro tipo de simetría. En este caso a cada punto de la figura le corresponde otro punto colocado simétricamente con respecto al punto fijo.



En este caso la simetría también la podemos ver como una rotación de la figura de 180° alrededor del punto fijo.



Transformaciones e invariantes

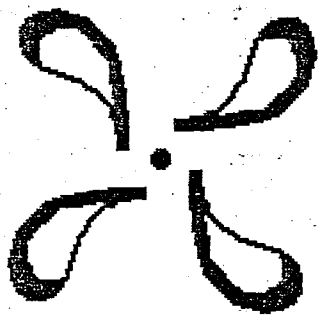
Reflejar un objeto simétrico con respecto a su eje de simetría es una transformación que manda el objeto en sí mismo.

Reflejar un objeto con simetría puntual es también una transformación que manda al objeto en sí mismo.

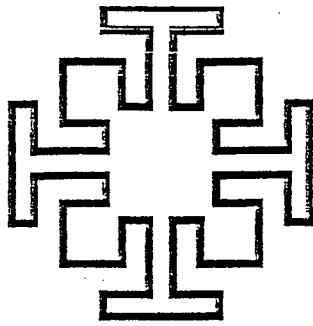
Extensión de simetría

Rotaciones

Hay también figuras donde el rotarlas 90° es también una transformación que manda el objeto en sí mismo. Por ejemplo si rotamos un cuadrado 90° obtenemos el mismo cuadrado. De la misma manera una hélice de cuatro aspas, al rotarla 90° permanece invariante.



Se tienen también figuras que son invariantes ante una rotación de 90° y además tienen dos espejos perpendiculares entre sí.



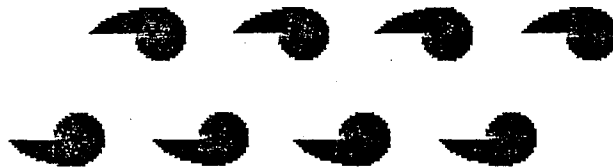
Traslaciones

También hay otras transformaciones que mandan a algunos objetos en sí mismos. Un patrón que se repite, por ejemplo en un tapiz, en una pirámide, también puede mandarse en sí mismo, esta vez con una traslación.

Existen siete tipos de patrones lineales, cada uno con un tipo de simetría. El patrón más simple es el que una misma figura asimétrica se repite indefinidamente.



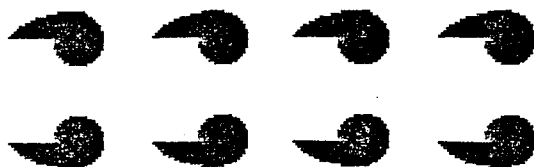
Otro patrón es en el que se repite una figura y su reflexión desplazada, como en el caso de las huellas de los pies en la arena.



Algunos patrones tienen una simetría bilateral interna, en un eje vertical, como el siguiente ejemplo:



Otros tienen la simetría en un eje horizontal, como en este caso:



En otros patrones, una serie de remolinos (simetría puntual) se repiten

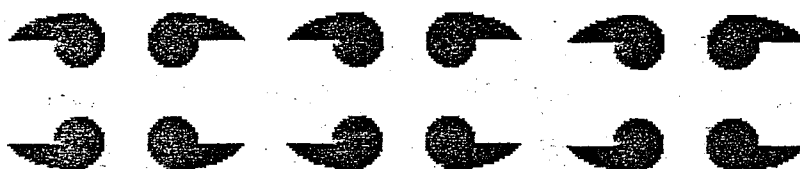
indefinidamente, como el siguiente.



En el siguiente ejemplo, se tienen los remolinos reflejados alternadamente.



Finalmente, el siguiente patrón tiene tanto un eje de simetría horizontal como uno vertical.



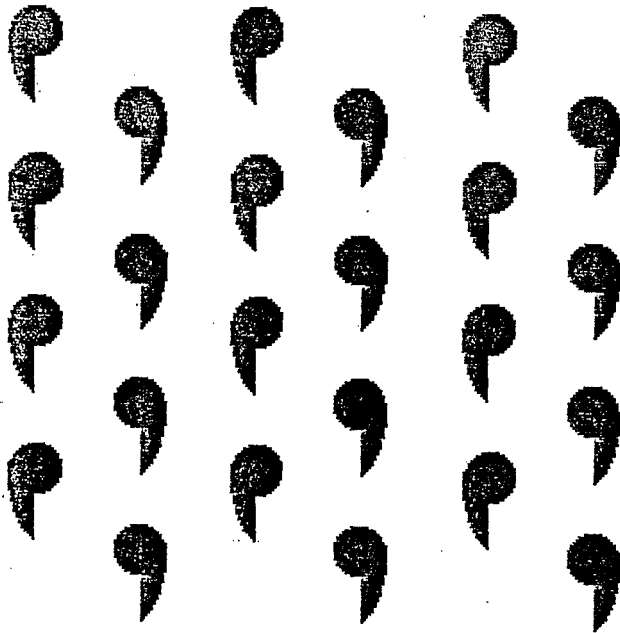
Simetrías en el plano

En el plano los patrones se pueden agrupar en 17 grupos de simetrías.

El patrón más sencillo es el que consiste en dos traslaciones no paralelas.



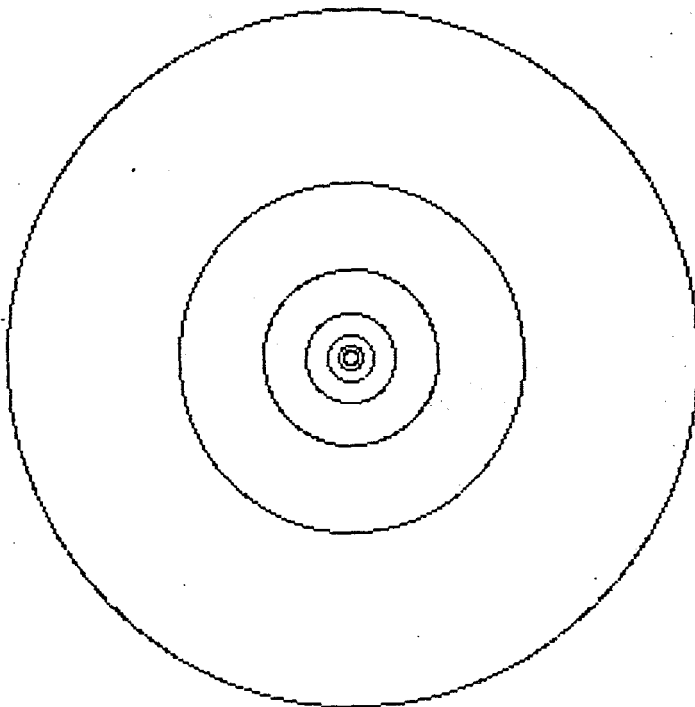
Otro patrón muy común es el que consiste en dos reflexiones paralelas desplazadas.



Los dibujos árabes, los de Escher ilustran y exploran estos patrones, y es común encontrar en las diversas culturas que trabajan con este tipo de dibujo geométrico, que los diseños utilizados abarcan los 17 grupos.

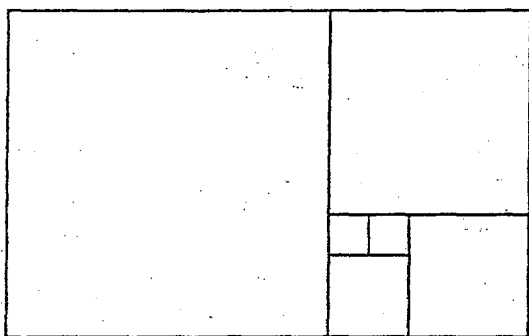
Semejanza

No son únicamente las transformaciones rígidas las que transforman un objeto en sí mismo.

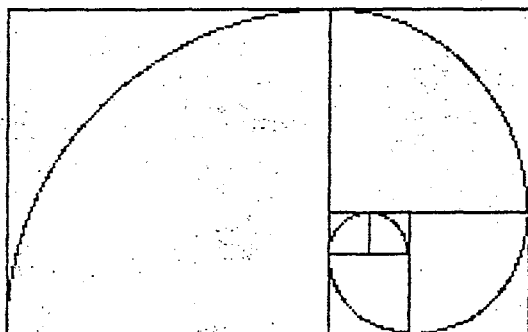


Por ejemplo, un conjunto de círculos concéntricos, cada uno con un radio del doble del anterior, puede ser transformado en sí mismo por medio de una dilatación o una contracción con un factor 2.

Podemos combinar distintos tipos de estas transformaciones, por ejemplo en el caracol, una cámara se puede transformar en otra por medio de una dilatación y una rotación. Esto permite al organismo crecer manteniendo la forma de la cámara igual.



Una espiral queda invariante si combinamos adecuadamente una rotación, con una dilatación.



Conclusión

La simetría es una forma sencilla de encontrar patrones en la naturaleza. La noción de simetría ha sido de gran ayuda en el estudio en el caso de cristales, grupos de partículas elementales.

La noción de invarianza ante transformaciones se puede también extender a otro tipo de transformaciones.

Utilizar objetos que son semejantes a una parte de sí mismos tiene un gran potencial en el estudio de fenómenos tales como el del caos a través de la geometría fractal.

El material de esta conferencia es sólo una muestra sencilla y pequeña de la belleza y utilidad de la simetría en la ciencia y en el arte.

Referencias

- Bosch Giral, Carlos; Flores Peñafiel, Alfinio. Formas y transformaciones. 5o Congreso Nacional de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas. Toluca, Mex. 1978.
- Carroll, Lewis. Through the looking glass. Collins, 1978. (En español: Al otro lado del espejo. Editorial Porrúa, 1972.)
- Cook, T. A. The curves of life. Dover, 1979.
- Coxeter, H. S. M. (Ed.) M. C. Escher: art and science. North Holland, 1986.
- Crowe, Donald. Symmetry, rigid motions and patterns. Comap, 1987.
- Enciso, Jorge. Design motifs of ancient Mexico. Dover, 1953.
- Enciso, Jorge. Designs from pre-columbian Mexico. Dover, 1971.
- Gardner, Martin. The ambidextrous universe. Basic Books, 1964. (En español: Izquierda y derecha en el cosmos. Salvat, 1972)
- Holden, Alan. Shapes, space and symmetry. Columbia University Press, 1971.
- Locher, J. L. The world of M. C. Escher. Abrams, 1971.
- Macgillavry, Caroline H. Fantasy and symmetry: the periodic drawings of M. C. Escher. Abrams, 1976.
- Neville, A. C. Animal asymmetry. Arnold, 1976.
- Pauling, Linus. Hayward, Roger. The architecture of molecules. Freeman, 1964.
- Pedoe, Dan. Geometry and the liberal arts. Penguin, 1976.
- Stevens, Peter S. Handbook of regular patterns. MIT, 1982.
- Stevens, Peter S. Patterns in nature. Little Brown, 1974.
- Thompson, D'Arcy W. On growth and form. Cambridge University Pr., 1961.
- Weyl, Hermann. Symmetry. Princeton, 1952. (Hay edición en español)
- Zaslavsky, Claudia. Africa counts. Prindle, Weber & Schmidt, 1973.