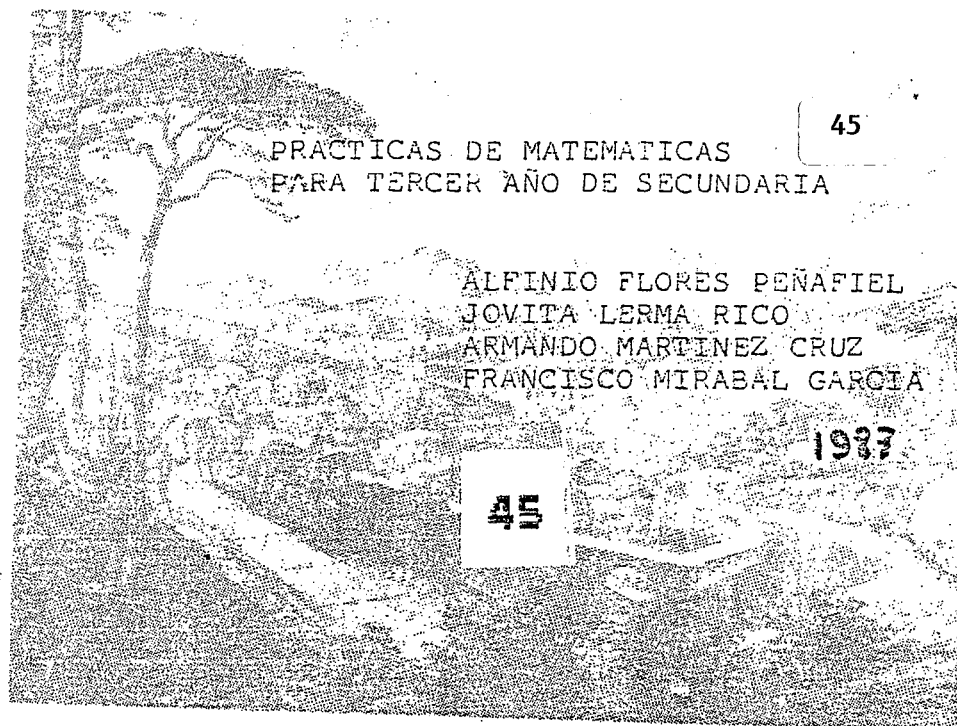


# COMUNICACIONES DEL CIMAT



## CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS

Apartado Postal 402

Guanajuato, Gto.

México

Tels. (473) 2-25-50

2-02-58

# PLANIFICADO DE MATEMÁTICAS PARA TERCERO DE SECUNDARIA

## CONTENIDOS

Introducción

Temas de actualización para los profesores

Cursos de actualización para maestros de matemáticas

### INDICE PARA EL ALUMNO

Factorización

Operaciones con regla y compás

Gráficas y ecuaciones cuadráticas

Teorema de Pitágoras

Ángulos y triángulos

### GUIAS PARA EL PROFESOR

Factorización

Operaciones con regla y compás

Gráficas y ecuaciones cuadráticas

Teorema de Pitágoras

Ángulos y triángulos

## INTRODUCCION

Este paquete contiene cinco prácticas de laboratorio diseñadas para apoyar la actividad docente y de aprendizaje por parte del alumno en temas contemplados en el programa de matemáticas del tercer año del ciclo secundaria, tales como : Factorización, Gráficas y Ecuaciones Cuadráticas, Teorema de Pitágoras y Geometría en sus aspectos de Construcciones con Regla y Compás, así como Angulos y Triángulos.

El material aporta recursos didácticos complementarios a los empleados por el profesor en su quehacer cotidiano, acercando a alumnos y maestro al método del laboratorio de matemáticas, así como a la utilización de materiales manipulativos y modelos para la enseñanza de las matemáticas.

Las prácticas de laboratorio, estan orientadas a :

- \* Estimular a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.
- \* Favorecer la construcción de conceptos matemáticos.
- \* Fortalecer conceptos matemáticos.
- \* Integrar al grupo al trabajo armónico y colectivo.
- \* Mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Por supuesto, lo anterior sólo será alcanzable con la participación decidida del profesorado de matemáticas y de sus experiencias obtenidas en las aulas.

CIMAT

Area de Educación Matemática

Alfinio Flores Peñafiel- Coordinador-  
Jovita Lerma Rico.

Francisco Mirabal García.

Armando Martínez Cruz.

Angel Navarrete Ramírez.

## SUGERENCIAS GENERALES PARA EL PROFESOR EN LAS ACTIVIDADES DE LABORATORIO DE MATEMATICAS.

1. El profesor deberá estar familiarizado sobre el uso de los materiales manipulativos o instrumentos de trabajo a emplear en cada actividad.
2. Antes de realizar cualquiera de las actividades con el grupo, haga un ensayo personal. Analice la actividad dirigida al alumno - para conocer el desarrollo- y posteriormente la del profesor.
3. Considere cuestiones como: ¿ Qué requisitos son necesarios antes de que los alumnos empleen los materiales?  
¿Las instrucciones son claras y pueden ser seguidas con facilidad?  
¿Cuáles son algunos aspectos potencialmente problemáticos para el alumno y como pueden ser aclarados?
4. Prepare convenientemente a sus alumnos antes de la actividad. El tipo de preparación dependerá de los materiales a ser utilizados.
5. Asegurese de que los alumnos estan preparados para obtener experiencias provechosas con los materiales.
6. Indique verbalmente con la mayor precisión como se desarrollará la actividad y el manejo de los materiales.
7. Suministre suficiente orientación verbal para prevenir confusiones que puedan conducir a problemas de indisciplina.
8. Verifique que se cuente con todos los materiales requeridos y disponibles en cantidad suficiente.

## CURSOS DE ACTUALIZACIÓN PARA MAESTROS DE MATEMÁTICAS

### Introducción.

El crecimiento continuo de la población en México, junto con la búsqueda de educación universal ha ocasionado una severa escasez de maestros. Esto ha ocurrido en todos los campos, pero principalmente en matemáticas. Además ha habido cambios drásticos en el contenido del área en secundaria, pues se manejan temas que anteriormente no abarcaba el programa de nivel medio. Aunado a todo lo anterior expuesto, las calculadoras y las computadoras están cambiando todo el concepto de lo que debe ser la educación matemática. Todos estos factores se suman para hacer necesarios los cursos de actualización para maestros de matemáticas en servicio.

La educación matemática es un área en la cual el conocimiento de la materia es indispensable. Sin embargo, el enseñar matemáticas es algo más que conocerlas y disfrutarlas. El maestro debe ser capaz de motivar a sus alumnos, guiarlos a descubrir ideas nuevas y evaluar sus progresos.

Las matemáticas con sus simbolismos abstractos, su organización secuencial, su estructura lógica y su variedad de aplicaciones, tiene problemas de aprendizaje únicos:

-Por un lado hay que memorizar hechos y practicar habilidades.

-Por el otro está el resolver problemas, probar teoremas y aplicar generalizaciones. El construir una estructura matemática requiere un alto nivel de pensamiento creativo.

Por lo tanto, el maestro de matemáticas necesita saber cómo enseñar conceptos, habilidades, pruebas y pensamiento productivo. El énfasis actual en los descubrimientos, resolución de problemas y actitudes, plantea problemas de adaptación y flexibilidad en el salón de clases, que requieren mucho más que una lección recitada.

La variedad de auxiliares didácticos que hay actualmente para el maestro de matemáticas se ha multiplicado durante los últimos años. El maestro deberá hacer una selección profesional para usar estos auxiliares en su clase y tomarlos como apoyo en el proceso enseñanza aprendizaje.

## **Enriqueciendo la Instrucción Matemática con Actividades Creativas.**

Las matemáticas son únicas en cuanto a las oportunidades que dan para el pensamiento creativo y original. Para promover la creatividad en el salón de clases el maestro debe reconocer, disfrutar y alentar todo tipo de comportamiento creativo. Igualmente los alumnos deben ser receptivos a los logros creativos de sus compañeros. Se pueden impulsar estas actividades haciendo disponibles materiales, tópicos, problemas, material de lectura que aliente la investigación y la exploración.

Los estudiantes creativos necesitan tiempo espacio y libertad para trabajar en proyectos, reportes y temas, individualmente o en grupos. También deben tener libertad para expresar sus ideas y para tratar de llevarlas a cabo.

El alumno debe sentir que posee cualidades que son reconocidas como valiosas por otros miembros de su grupo y sentir confianza suficiente en sus relaciones con los demás como para poder ser diferente y expresar sus propias opiniones.

Se tiende a bloquear la creatividad ignorando o rechazando respuestas imaginativas, preguntas irrelevantes o diferencias de opiniones, y se premia la memoria, habilidades y la información más que la originalidad. Generalmente se piden tareas, cursos y procedimientos específicos. Exploramos las ideas nuevas de manera formal con un libro de texto que contiene todos los resultados y reglas. En vez de esto, se necesita explorar nuevas ideas con un espíritu de aventura que muchas veces puede alejarnos del camino de los libros de texto. Finalmente no hemos creado exámenes que busquen respuestas originales y creativas.

Si a los estudiantes se les dan solamente hechos, reglas y maneras de resolver ejercicios, no tenemos razones para esperar creatividad. El alumno creativo encontrará una solución original, una extensión inteligente del problema o una explicación no convencional. El estudiante no creativo es aquel que aplica ciegamente las operaciones que ha aprendido, se da por vencido cuando el método que seleccionó no funciona; o no intenta un problema porque no encuentra una operación que pueda usar.

## **Actitudes en el Salón de Matemáticas.**

Muchas actitudes están bien desarrolladas antes de que el alumno entre a nuestra clase. Frecuentemente ha aprendido de sus padres, amigos, maestros o experiencias personales muchas actitudes hacia las

matemáticas. El desarrollo de actitudes es un aspecto tan importante de nuestra enseñanza que debe ser cultivado con un modelo. El estudiante con actitudes matemáticas apropiadas entrará de lleno a las actividades de aprendizaje porque es sensible a la materia. Donde quiera que las trabaja, encuentra placer en su contacto con ellas. Si sus actitudes están solo parcialmente desarrolladas participará en algunas situaciones y en otras no.

Muy seguido nuestra manera de enseñar matemáticas ha perdido su objetivo y ha dejado al alumno con un desagrado por las matemáticas más que un gusto por la materia. Es muy probable que gran parte del residuo que deja nuestra instrucción son las actitudes que hemos creado. Son estas las que influyen en la retención, estimulan a estudios subsecuentes e interesan a otros en el estudio de las matemáticas.

### **Programas Exitosos para Profesores.**

Algunas veces el contenido matemático de los programas en servicio lo decide el experto. Sin embargo a fin de tener programas exitosos se deben tener en cuenta las necesidades expresadas por los maestros. Los maestros prefieren programas que no sean demasiado teóricos y participar en cursos donde se elaboren materiales para usar en su clase.

Esto se confirma por el gran interés mostrado por los profesores en los talleres y sesiones que combinen contenido, métodos y materiales.

### **Laboratorio de Matemáticas.**

Los principales problemas a los que se enfrentan los profesores de matemáticas al impartir su materia son: que los alumnos no entienden, que sienten los objetivos alejados de sus intereses concretos, que se les habla de algo tan abstracto que resulta difícil su comprensión y que existe un rechazo a priori a hacia la materia, por considerarla como un impedimento para continuar con sus estudios. Y no les falta razón, pues las matemáticas son responsables, en parte, de los índices de reprobación y deserción existentes en los ciclos escolares.

Tomando en cuenta que el ser humano entiende primero las cosas que están a su vista, que toca y que ve, y después, cuando ya maneja las cuestiones práctico-intuitivas les da fundamentación y sustento, por ello se creó una alternativa que pudiera aminorar la problemática existente en el proceso enseñanza- aprendizaje de la materia, dando como resultado el Laboratorio de Matemáticas para maestros y alumnos de nivel medio.

Un laboratorio es un lugar o actividad donde los alumnos aprenden haciendo y no solo viendo u oyendo. El uso de los laboratorios mejoró la habilidad de la enseñanza de maestros de matemáticas de nivel medio, dándoles un mejor entendimiento de los conceptos matemáticos y los estudiantes sienten que pueden aprender matemáticas por ellos mismos y perciben aspectos experimentales de la materia.

Las matemáticas tratan con conceptos abstractos y generalizados. La enseñanza del área debería promover el desarrollo de los conceptos más que un mero aprendizaje rutinario de hechos y reglas. Las abstracciones son importantes y todos los medios se deben usar para hacerlas tangibles.

La imaginación mental requerida para la formación de conceptos es adquirida mejor mediante ejemplos concretos. Los materiales manipulativos cuando son escogidos adecuadamente proporcionan esta experiencia de aprendizaje y promueven la comprensión de los conceptos.

Existe un gran incremento en el desarrollo conceptual y en las aplicaciones de conceptos en los alumnos que participan en el programa de laboratorio de matemáticas, comparados con otros estudiantes que no toman parte en él.

Los resultados logrados con la enseñanza del laboratorio de matemáticas no deben ser sorprendentes. El aprendizaje es mejor cuando los estudiantes están involucrados y activos mentalmente. En ellos los alumnos tienen una oportunidad de descubrir y llegar al conocimiento con mayor facilidad, pues se les dan actividades de aprendizaje que estimulan la comprensión de conceptos y principios matemáticos.

Un mejor aprendizaje no es el único producto del laboratorio de matemáticas. En éste el estudiante tiene la oportunidad de trabajar a su propio ritmo. Puede usar su propia creatividad e ingenio para satisfacer su propia curiosidad.

Los alumnos están sujetos mínimamente a perturbaciones emocionales, tales como frustración, desaliento o disgusto de las matemáticas, al reducir el verbalismo. El enfoque del laboratorio da mayores oportunidades a los alumnos de tener éxito.

### **Conclusión.**

Por todo lo expuesto anteriormente, podemos concluir que los programas en servicio basados en los laboratorios de matemáticas son un medio para mejorar la habilidad didáctica de los maestros de nivel medio y los alumnos que aprenden con el enfoque del laboratorio tienen la oportunidad de experimentar, descubrir y desarrollar una actitud positiva en vez de ansiedad con respecto a la materia.



Sin embargo, debe ser claro que el laboratorio de matemáticas no lo es todo. La enseñanza de la materia tiene tantos aspectos que un sólo método difícilmente puede cubrirlos todos. La penetración ganada en una sesión de laboratorio puede llegar a la comprensión, pero no es suficiente para producir habilidad, pues para desarrollar esta es necesaria la práctica.

Aunque los estudios y experiencias más profundos sobre esta alternativa han sido realizados en otros países, actualmente, aunque en forma aislada, puede decirse que el laboratorio de matemáticas en México ha logrado su consolidación como proyecto de investigación y ha demostrado que es un intento serio y experimentado que merece atención por parte de aquellos que de alguna u otra manera están involucrados en la educación matemática.

**Tema :** Factorización

**Objetivo :** El alumno representará expresiones algebraicas y factorizará trinomios de 2º grado, trinomios cuadrados perfectos y expresiones que tengan un factor común, mediante el uso de material manipulativo.

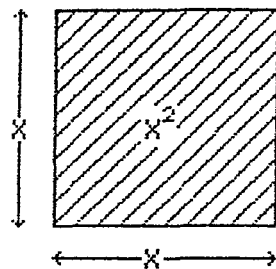
**Material :** Hojas de actividades, tijeras, pegamento para papel, figuras recortadas en cartulina. Para obtener con facilidad este material, se anexa una hoja para que la pegues en distintas cartulinas, según el caso y sólo recortes. según se describen:  
9 cuadrados de 3.3 cm. de lado, color rosa  
12 rectángulos de 3.3 cm. de largo por 1 cm. de ancho, color amarillo.  
16 cuadrados de 1 cm. de lado, color azul.

**Introducción:** En esta actividad aprenderemos a factorizar algunas expresiones algebraicas auxiliándonos de la fórmula para calcular el área de un rectángulo :  
 $\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$ .

**Desarrollo.**

**PRIMERA PARTE: AREA Y EXPRESIONES ALGEBRAICAS**

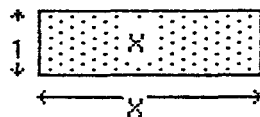
Para que te familiarices con la asociación de expresiones algebraicas y áreas de figuras geométricas, recuerda que el área de un cuadrado es  $L^2$  si tiene lado  $L$ , así podemos representar el área de un cuadrado de lado  $x$  algebraicamente como:



$$\text{Area} = x^2$$

Los cuadrados grandes representan una variable al cuadrado:  $x^2$ ,  $y^2$ ,  $a^2$ , etc.

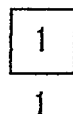
El área de un rectángulo de lados  $1$  y  $x$  es  $1x = x$  y se representa como



$$\text{Area} = 1 \cdot x = x$$

Estos rectángulos representan un término de  $1^{\text{er}}$  grado:  $x$ ,  $y$ ,  $a$ , etc.

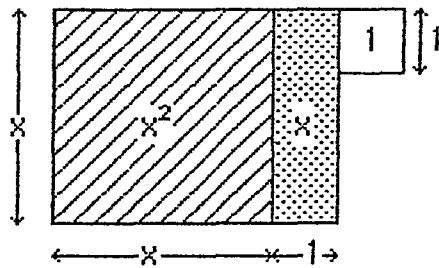
El área de un cuadrado de lado  $1$ , queda representado como:



$$\text{Area} = 1 \cdot 1 = 1^2 = 1$$

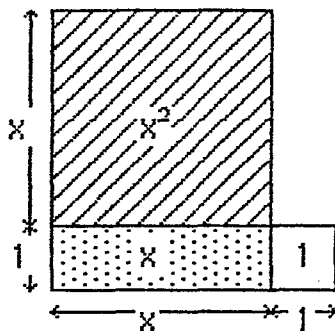
Un término independiente se representa con igual número de cuadrados pequeños, como veremos más adelante.

Si disponemos las figuras anteriores como se muestra a continuación, obtenemos una expresión algebraica que representa su área.



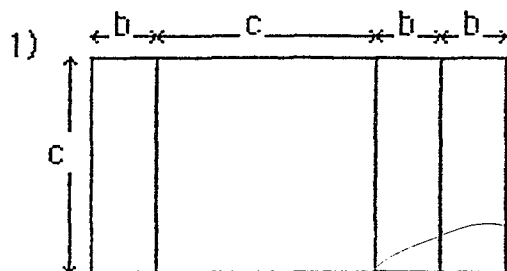
$$\text{Area} = x^2 + x + 1$$

Observa que otra disposición, da el mismo resultado:



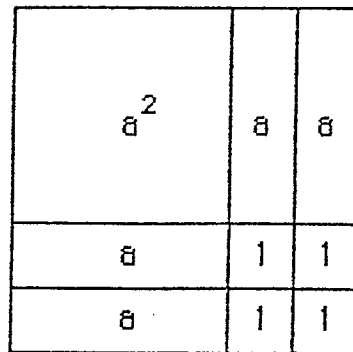
$$\text{Area} = x^2 + x + 1$$

A continuación te damos algunos ejemplos de cómo se asocia una expresión algebraica al área de una figura geométrica.



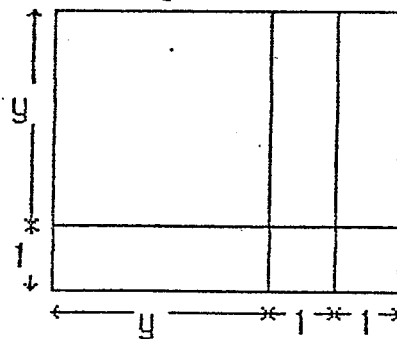
$$\begin{aligned} \text{Base} &= 3b + c \\ \text{Altura} &= c \\ \text{Area} &= \text{base} * \text{altura} \\ &= (3b + c) c \end{aligned}$$

2)



Base =  $a+2$   
 Altura =  $a+2$   
 Area = base \* altura  
 =  $(a+2)(a+2)$

3)



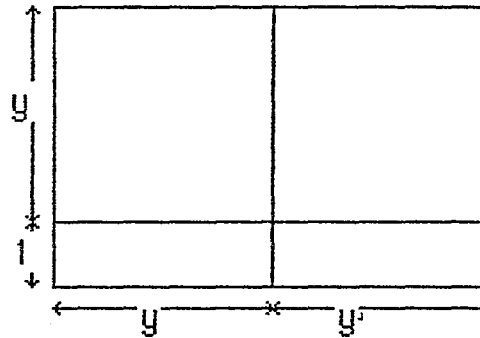
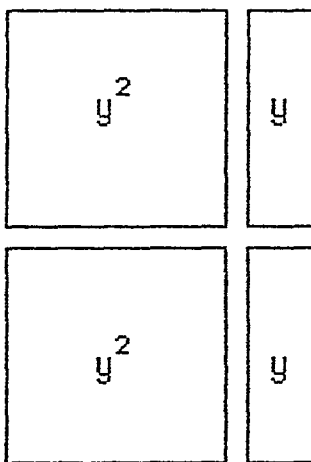
Base =  $y+2$   
 Altura =  $y+1$   
 Area = base \* altura  
 =  $(y+2)(y+1)$

En la segunda parte de actividad factorizaremos expresiones algebraicas empleando materiales manipulativos.

SEGUNDA PARTE: FACTORIZACION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Si acomodamos las piezas que corresponden a una expresión algebraica, formando un rectángulo, obtendremos la factorización de una expresión algebraica. En los ejemplos se muestra cómo manipular el material. Realízalos para que te familiarices con el uso del material. Toma en este caso dos cuadrados y dos rectángulos y acomódalos para formar un rectángulo mayor:

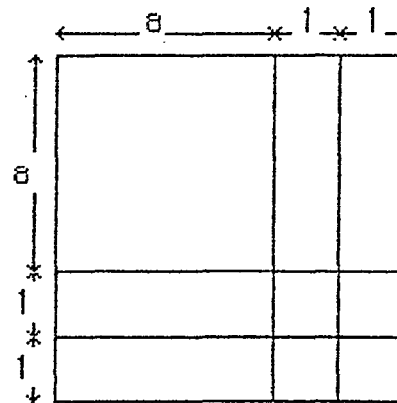
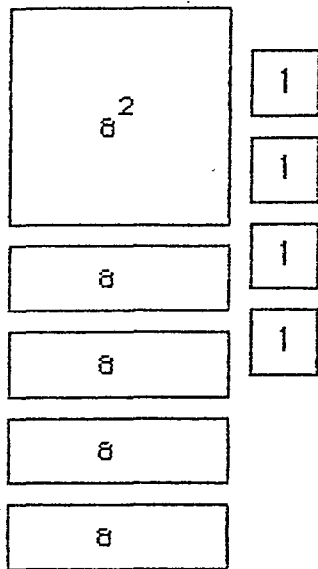
Factor Común



Area =  $2y^2 + 2y$   
 Base =  $2y$   
 Altura =  $y + 1$

Luego:  $2y^2 + 2y = 2y(y+1)$   
 ¿Por qué? \_\_\_\_\_

Trinomio Cuadrado Perfecto.



Area =  $a^2 + 4a + 4$

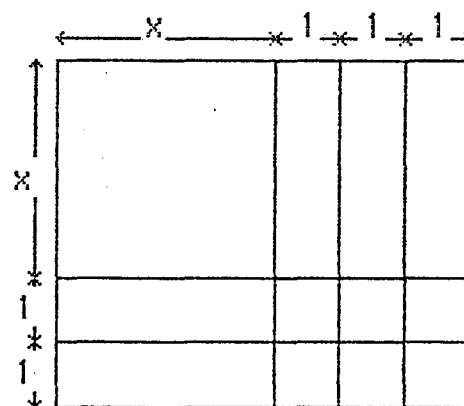
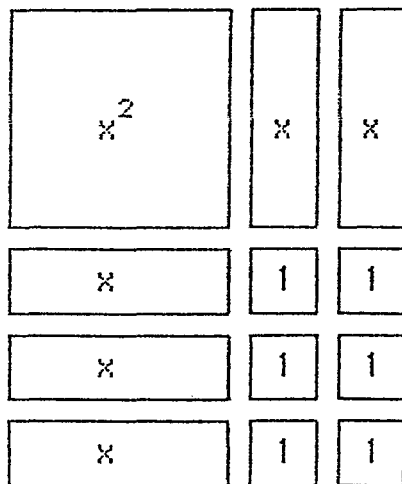
Base =  $a + 2$

Altura =  $a + 2$

Luego:  $a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2 = (a+2)(a+2)$

¿Por qué? \_\_\_\_\_

Trinomio de 2º grado



Area =  $x^2 + 5x + 6$

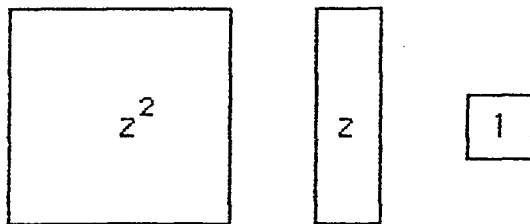
Altura =  $x + 2$

¿Por qué? \_\_\_\_\_

Base =  $x + 3$

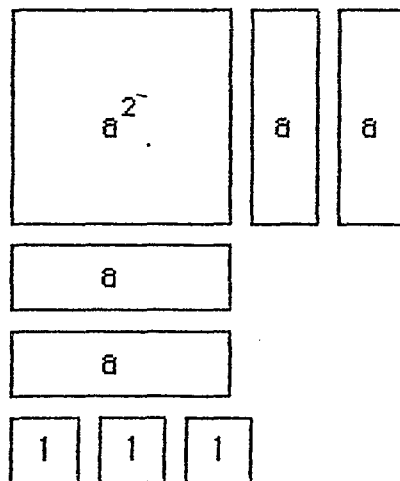
Luego =  $x^2 + 5x + 6 = (x+3)(x+2)$

4. Intenta formar un rectángulo con las siguientes piezas. Emplea el material recortado.



¿Es posible formar un rectángulo? No es posible. Esto muestra que no es factorizable la expresión  $z^2 + z + 1$ . Esta no es una excepción, hay muchos ejemplos así. De hecho sólo puedes factorizar las expresiones que formen un rectángulo. Realiza ahora los siguientes ejercicios tomando del material recortado el número de piezas que se muestra en cada conjunto de figuras y forma la factorización correspondiente.

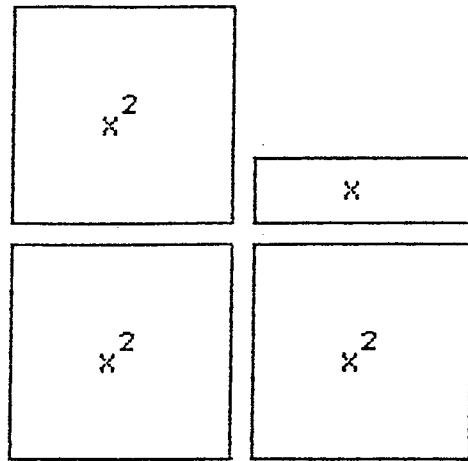
1)



Area =  
 Factorización =

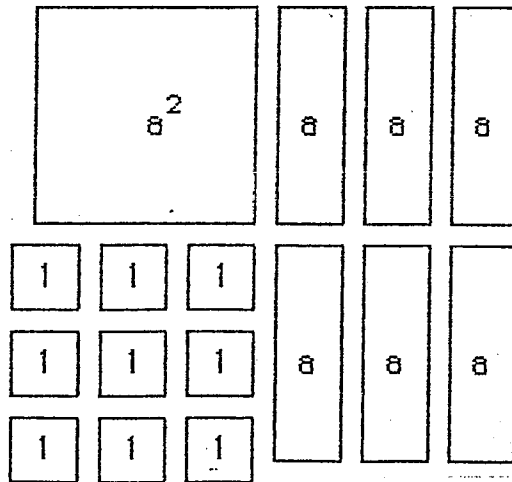


2)



Area =  
 Factorización =

3)



Area =  
 Factorización =

5. Factoriza las siguientes expresiones empleando el material manipulativo. Anota tus respuestas en cada inciso.

a)  $4y^2 + 8y + 4 =$  \_\_\_\_\_ b)  $3x + 3 =$  \_\_\_\_\_

c)  $3x^2 + 11x + 6 =$  \_\_\_\_\_ d)  $c^2 + 3c =$  \_\_\_\_\_

e)  $2x^2 + 5x + 2 =$  \_\_\_\_\_ f)  $9x^2 + 6x + 1 =$  \_\_\_\_\_

g)  $4a^2 + 12a + 9 =$  \_\_\_\_\_ h)  $3b^2 + 4b + 1 =$  \_\_\_\_\_

i)  $4b^2 + 2b =$  \_\_\_\_\_

### Aplicaciones:

Una de las cosas que hacemos en álgebra es cambiar la forma de una expresión sin alterar su valor. Factorizar permite expresar una suma como un producto en términos de los factores que lo componen. Dentro de las múltiples aplicaciones de la factorización, se encuentra la resolución de ecuaciones y la simplificación de fracciones algebraicas.

### Conclusiones.

1. Aprendiste a asociar una expresión algebraica al área de una figura rectangular.
2. Aprendiste a representar una expresión algebraica como el área de una figura rectangular.
3. Conocida el área de un rectángulo y sabiendo que  $\text{área} = \text{base} \times \text{altura}$ , determinaste la factorización de una expresión algebraica.

**Tema:** Construcciones con Regla y Compás

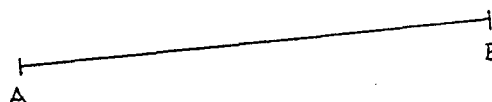
**Objetivo:** En el desarrollo de la presente actividad, el alumno realizará construcciones geométricas relativas a rectas paralelas, perpendiculares, ángulos y polígonos y aplicará estos conocimientos en la construcción de un sólido geométrico.

**Materiales:** Regla, compás, lápiz, hojas de actividades, hoja tamaño carta, 1/8 de cartulina o cartoncillo, pegamento, tijeras.

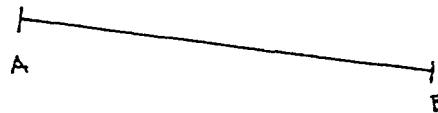
En la primera parte de la actividad haremos algunas construcciones básicas y en la segunda usaremos sólo un de ellas para construir un modelo.

**Primera Parte:** Construcciones Básicas con Regla y Compás.

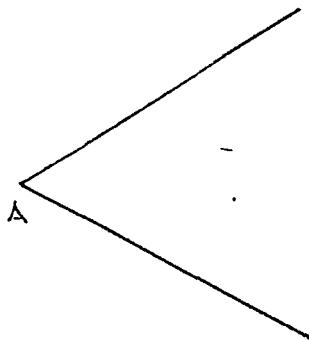
**Construcción 1:** Usando regla y compás, trazar una perpendicular al segmento dado.



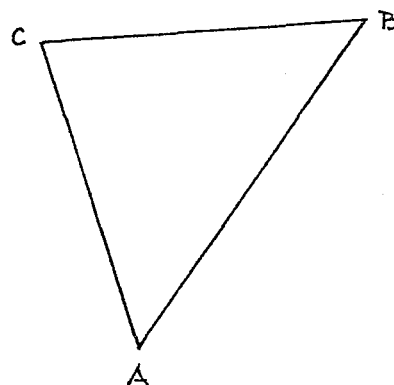
Construcción 2: Haciendo uso de la construcción 1, determinar el punto medio de un segmento dado: este punto divide el segmento AB en dos segmentos congruentes.



Construcción 3: Dado un ángulo, construir otro de igual medida usando regla y compás.



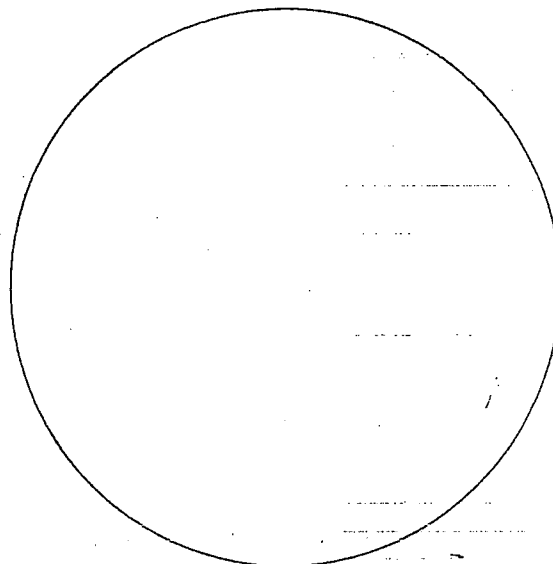
Construcción 4: Dado el triángulo A B y C Traza la bisectriz de cada ángulo.



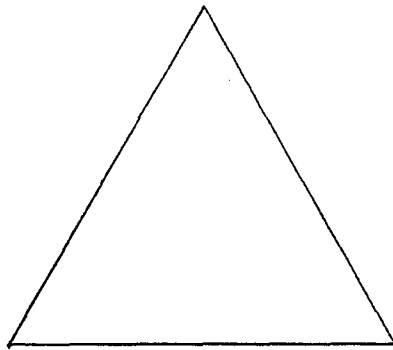
Construcción 5: Usando regla y compás construir un triángulo equilátero.

Construcción 6: Usando regla y compás, trazar un triángulo isósceles.

Construcción 7: Dada una circunferencia inscribir en ella un cuadrado. Sugerencia: Encuentra el centro, cada diagonal debe ser un diámetro y perpendicular a la otra.



Construcción 8: Dado un triángulo equilátero circunscribir una circunferencia.



Las construcciones tienen muchas aplicaciones y son muy importantes pues nos permiten hacer algo que nos ayude a pensar acerca de la geometría. Haciendo uso de ellas en la segunda parte, obtendrán un tetraedro: un sólido geométrico de 4 caras iguales.

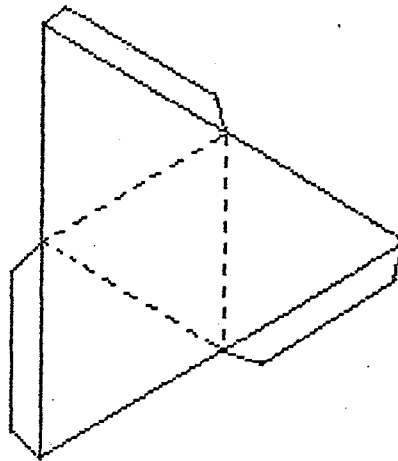
### Conclusiones.

1. Has aprendido que construir es un método sistemático.
2. Has usado regla y compás como instrumentos suficiente para el trazo de figuras.
3. Aprendiste que la regla no sólo sirve para medir.
4. Has aprendido a construir figuras geométricas al combinar arcos y segmento de rectas.

## Segunda Parte. Construcción de un Tetraédro.

### Instrucciones:

1. En una hoja tamaño carta, construye un triángulo equilátero de 6 cm. de lado.
2. Construye en cada lado un nuevo triángulo. Necesitarás 3 "pestañas" para pegar. Te recomendamos que las pongas alternadas en los triángulos. Ver figura.



3. Pega tu hoja sobre un pedazo de cartulina y recorta la figura construida.
4. Dobla por cada lado y pégalo.

### Aplicaciones:

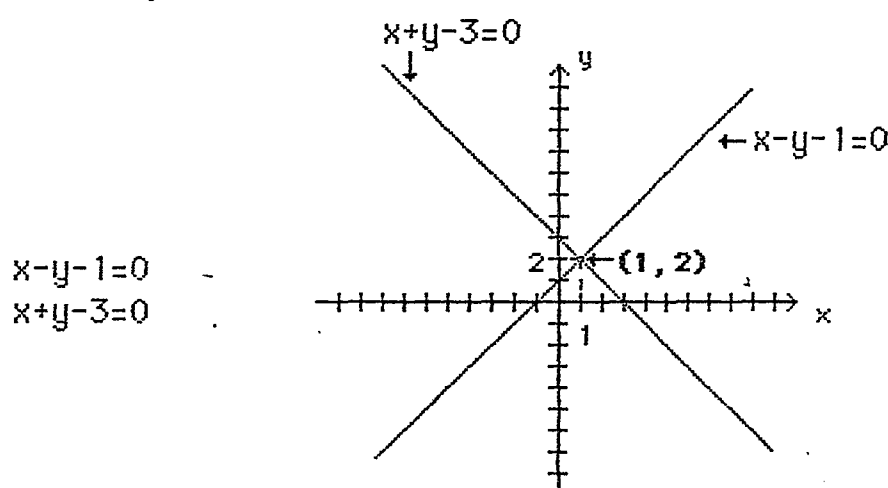
Aun cuando la primera parte de la actividad sólo te ha presentado una parte de lo que se conoce como construcciones básicas con regla y compás, en la segunda parte hemos construido una figura, que doblada, origina un sólido, lo cual demuestra el gran potencial de estas construcciones.

**Tema:** Gráficas y Ecuaciones Cuadráticas

**Objetivo Particular:** Al concluir el desarrollo de la presente actividad, el alumno calculará las raíces de una ecuación de segundo grado mediante la aplicación de un método gráfico.

**Materiales:** Gráficas impresas, escuadras, lápiz de color.

**Introducción:** Entre los métodos que conoces para resolver sistemas de ecuaciones lineales, se encuentra el método gráfico. Graficas cada recta y encuentras el punto de intersección. Proyectas el punto de intersección sobre ambos ejes para obtener la solución del sistema. Por ejemplo:



El punto solución de coordenadas  $(1, 2)$  es el punto donde ambas rectas se cortan. Esto es, la solución al sistema es  $x = 1$ ,  $y = 2$ .

Encontrar las soluciones de una ecuación es encontrar los posibles valores de  $x$  de tal manera que al sustituirlos en la ecuación se satisfaga. Si uno de los lados de la ecuación es igual a 0, estos valores se conocen como raíces de la ecuación. Ejemplo:  $x = 2$  es solución de  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

En esta actividad, aplicaremos un método gráfico para estimar las soluciones de una ecuación de 2º grado,  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ . Este método se basa en la igualdad de dos funciones, una de 2º grado y una lineal.



**Desarrollo.**

**Primera Parte:** Solución de Ecuaciones Cuadráticas  $ax^2 + bx + c = 0$ , con  $a = 1$ .

1. Considera como ejemplo la ecuación  $x^2 - x - 2 = 0$ .  
 En este caso  $a = 1$ ,  $b = -1$ , y  $c = -2$ .

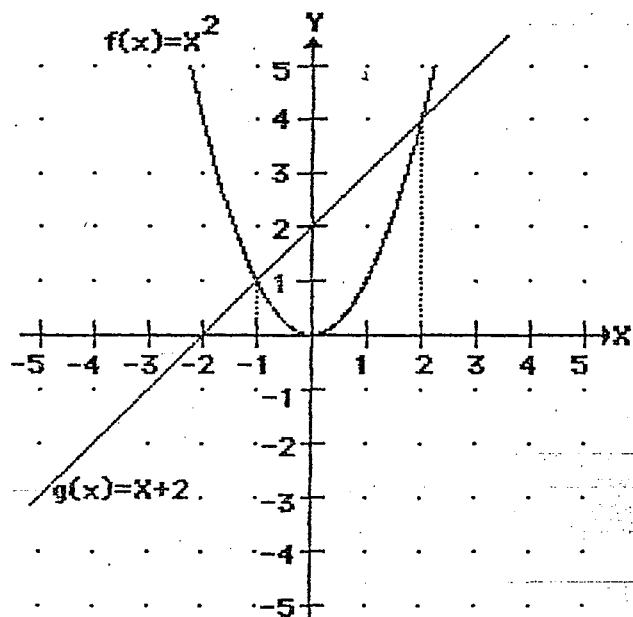
Si en esta ecuación despejamos el término de 2º grado obtenemos  $x^2 = x + 2$ .

Tomemos  $f(x) = x^2$ , para el primer miembro de la igualdad anterior y  $g(x) = x + 2$ , para el segundo. De esta manera la ecuación queda expresada como la igualdad de dos funciones,  $f(x)$  cuadrática y  $g(x)$  lineal.

2. Procederemos ahora, como en un sistema de ecuaciones lineales, a representar ambas funciones en el plano cartesiano.

Tabulación de  $g(x)=x+2$

x	g(x)
0	2
-1	1
1	3
2	4



3. Si proyectamos los dos puntos de intersección de la curva y la recta sobre el eje  $x$ , obtenemos las dos raíces o soluciones de la ecuación,  $x_1 = -1$  y  $x_2 = 2$ .

Ya que conoces otros métodos para resolver ecuaciones de 2º grado (factorización, fórmula general, etc.), comprueba con cualquiera de ellos que efectivamente éstas son las soluciones.

**Ejercicios.**

1. Como primer ejercicio: Obtén las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  a partir de cada ecuación cuadrática dada:

a)  $x^2 + x - 3 = 0$   $f(x) =$

$g(x) =$

b)  $x^2 - 9 = 0$   $f(x) =$

$g(x) =$

c)  $x^2 + 5x = 0$   $f(x) =$

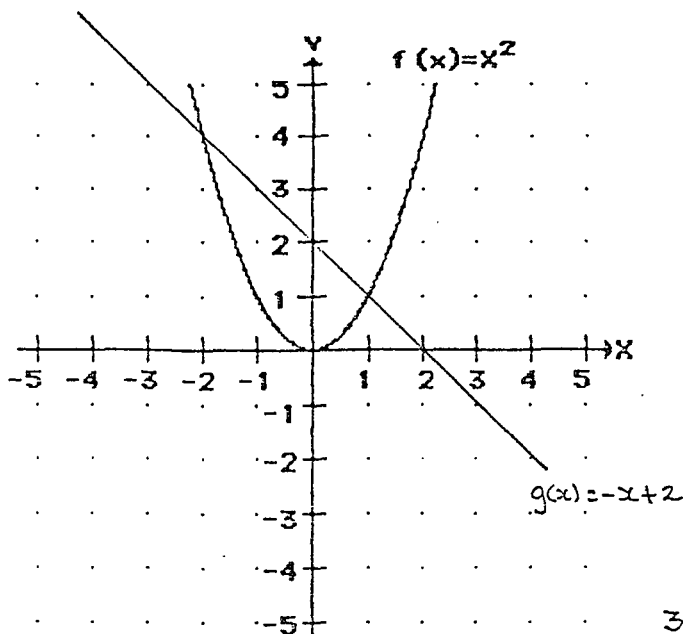
$g(x) =$

d)  $x^2 + x + 2 = 0$   $f(x) =$

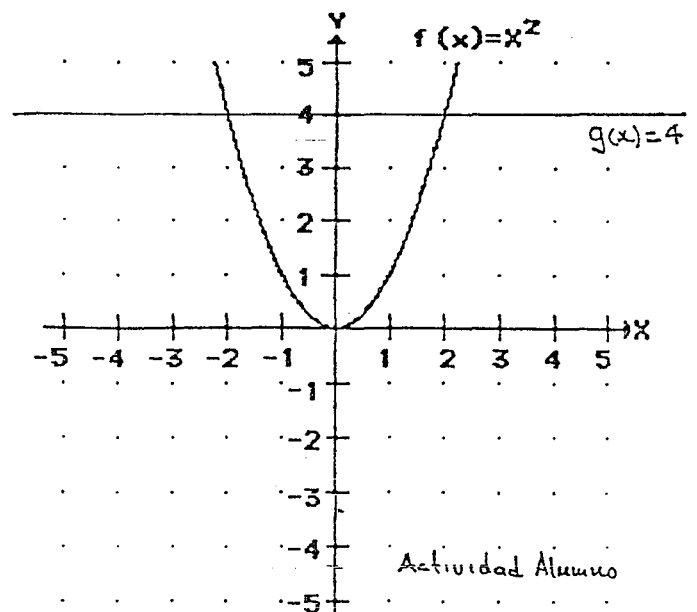
$g(x) =$

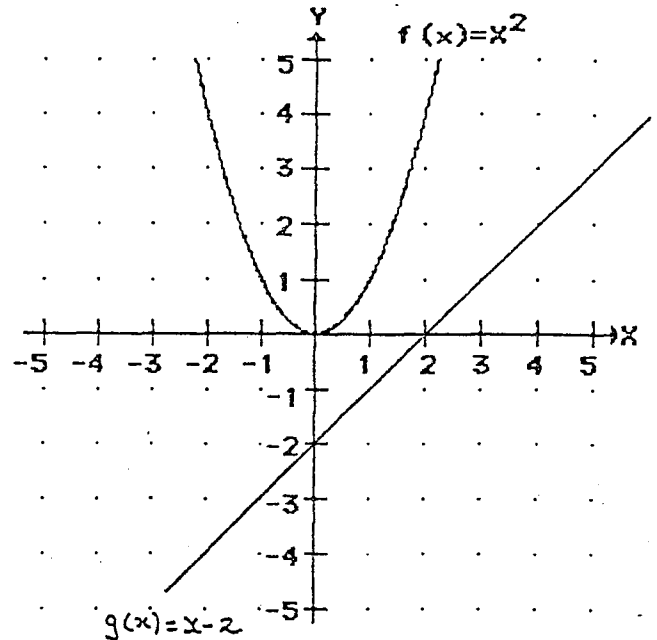
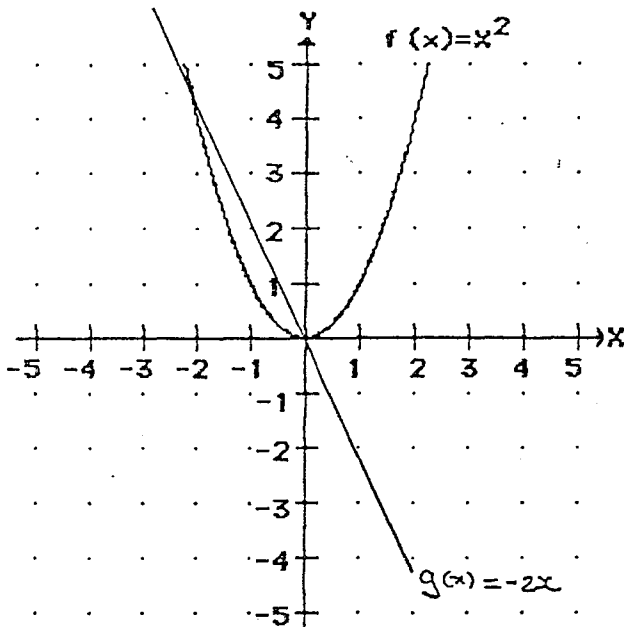
2. A continuación se da un conjunto de gráficas que representan las soluciones de una ecuación de 2º grado.

Para cada caso, obtén las raíces y anótalas debajo de cada gráfica.



3





Antes de intentar los ejercicios que a continuación se presentarán, resumamos lo hecho hasta aquí:

1. Cuando el coeficiente de  $x^2$  es 1, elegimos  $f(x) = x^2$  como una de las funciones, despejando  $x^2$  obtenemos  $g(x)$ , que resulta ser una recta.
2. Graficamos ambas funciones.
3. Proyectamos las intersecciones -si las hay- sobre el eje  $x$ .

Ahora, mediante el método gráfico descrito, obtén las soluciones o raíces de las siguientes ecuaciones y comprueba tus resultados. Utiliza las gráficas de  $f(x) = x^2$  que se incluyen.

a)  $x^2 - 4 = 0$

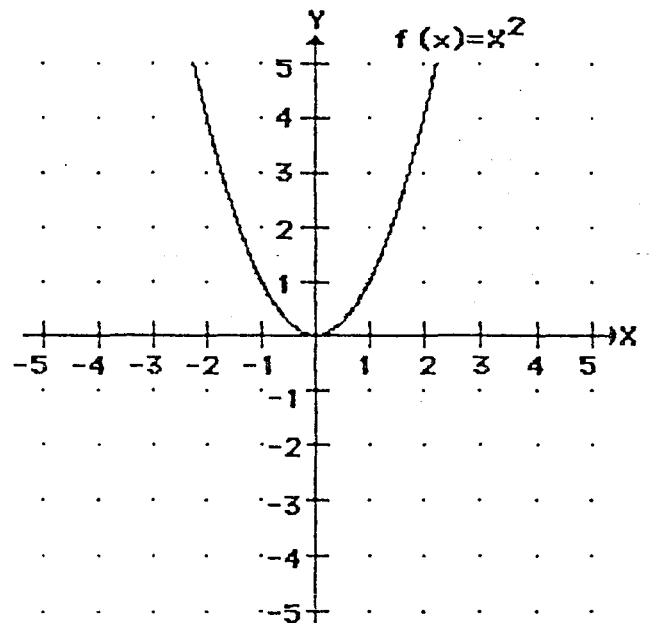
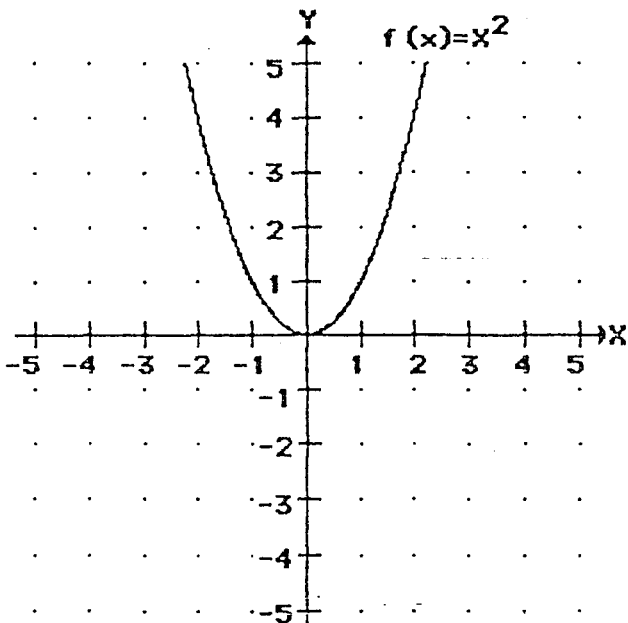
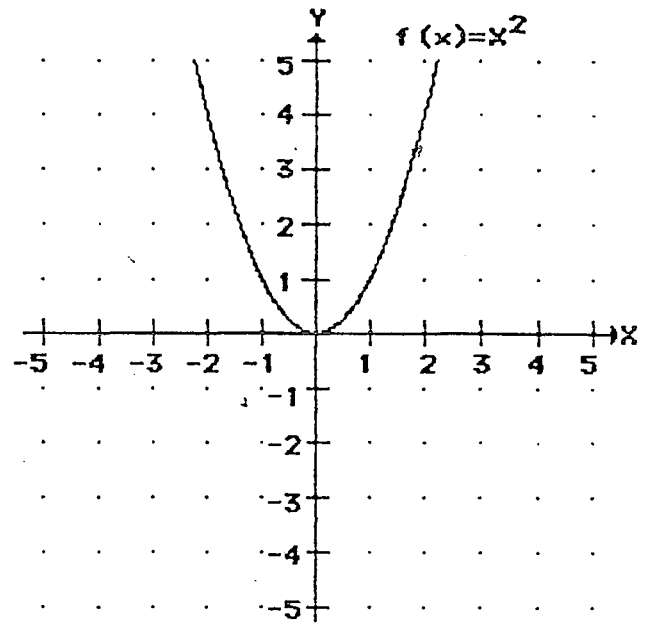
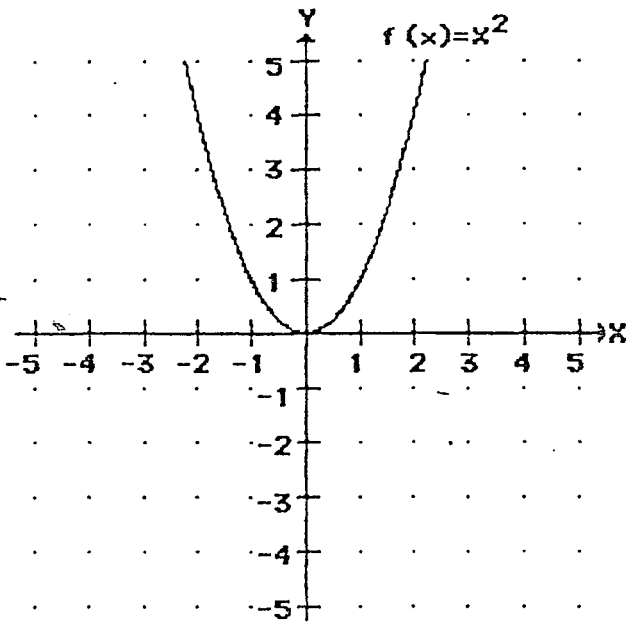
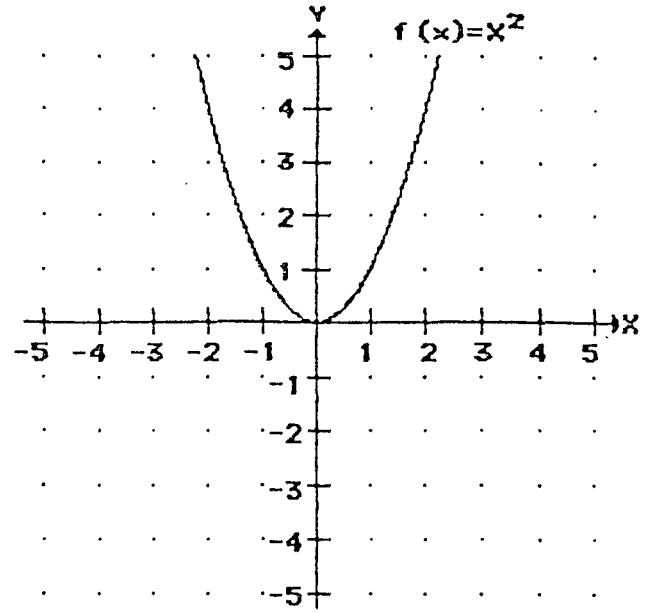
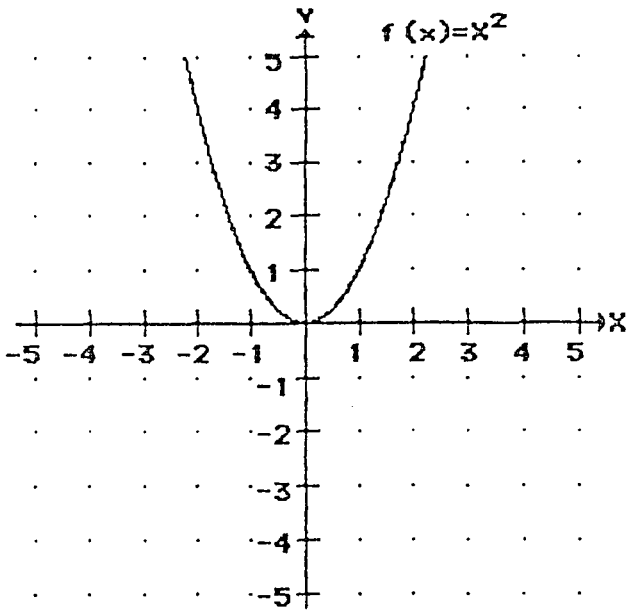
d)  $x^2 + 3x = 0$

b)  $x^2 + 2x - 3 = 0$

e)  $x^2 - 2x - 3 = 0$

c)  $x^2 + x - 6 = 0$

f)  $x^2 + x + 1 = 0$



**Segunda Parte:** Solución de ecuaciones de 2º grado de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ ;  $a \neq 0$ .

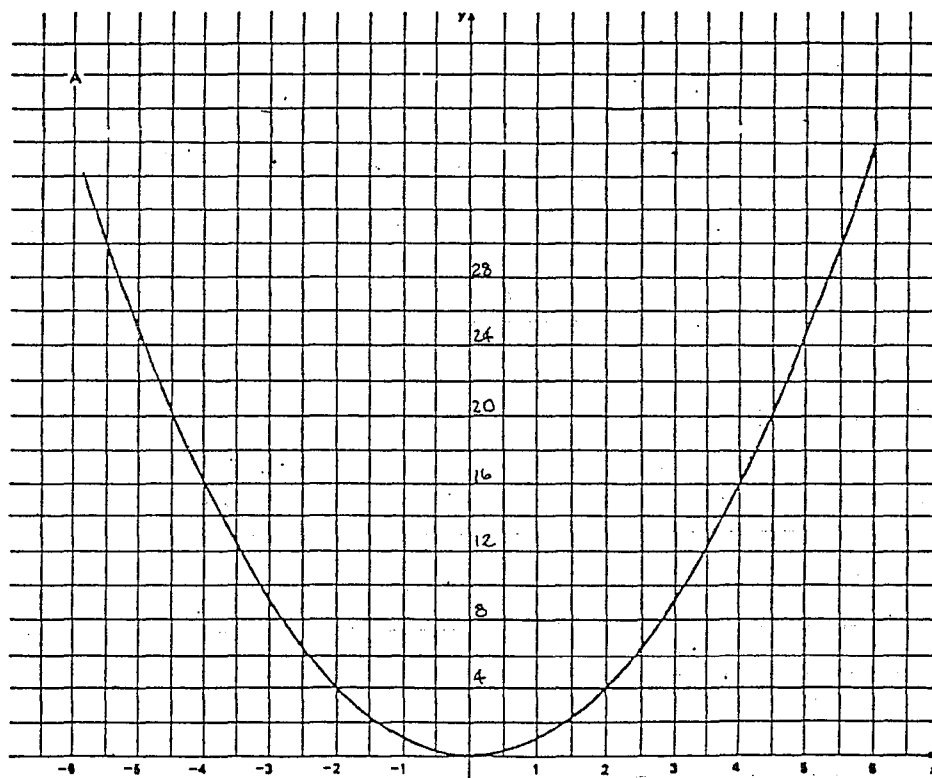
1. Consideremos la ecuación  $2x^2 + 7x + 5 = 0$ . En este caso  $a = 2$ . Procedamos como en la primera parte a despejar el término de 2º grado:

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$2x^2 = 7x - 5$$

$$x^2 = -(7/2)x - (5/2)$$

2. En esta situación, ya es posible aplicar el método gráfico descrito en la primera parte, con  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = -(7/2)x - (5/2)$
3. Resuélvela utilizando la gráfica que se da a continuación.



4. Con lo anterior, podemos estudiar la resolución del caso general:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

Aquí están los pasos a seguir:

a) Despejamos el término de 2º grado.

$$ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0.$$

$$ax^2 = -bx - c$$

$$x^2 = -(b/a)x - (c/a)$$

b) Tomamos  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = -(b/a)x - (c/a)$

c) Graficamos y proyectamos los puntos de intersección sobre el eje x.

d) Sustituimos estos valores para comprobar.

Resuelve los siguientes ejercicios, empleando las gráficas de  $f(x) = x^2$ , anexas a la actividad.

a)  $-(2/3)x^2 - (2/5)x + 2/3$

b)  $3x^2 + 6x = 0$

c)  $-(1/2)x^2 + 1/2 = 0$

d)  $-x^2 + 2x = 0$

e)  $(1/9)x^2 - 1 = 0$

f)  $-3x^2 + 3x + 6 = 0$

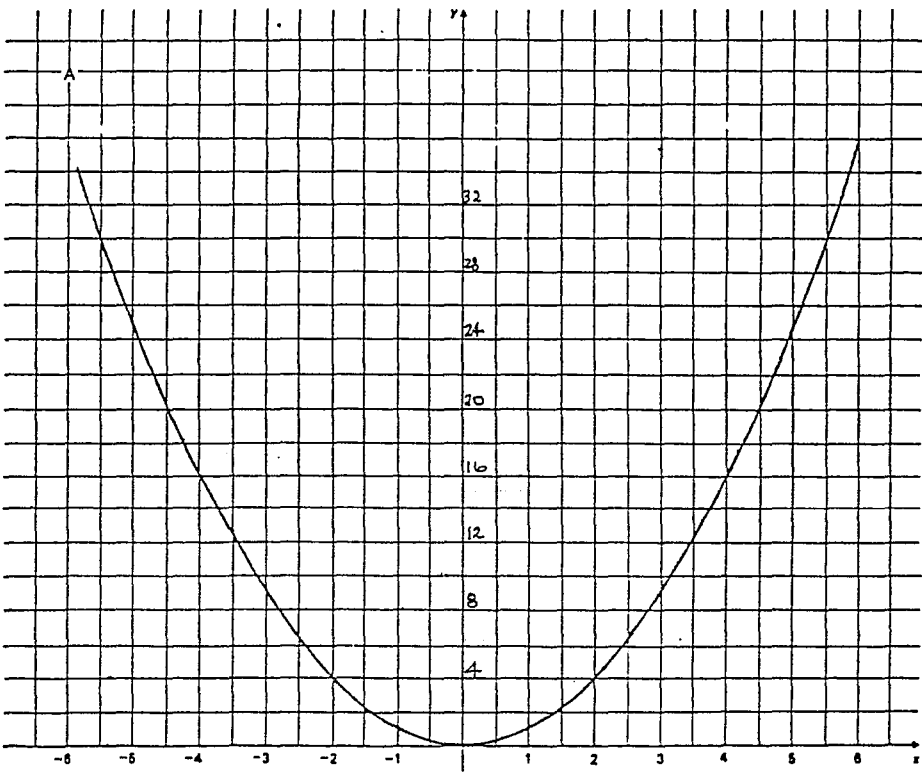
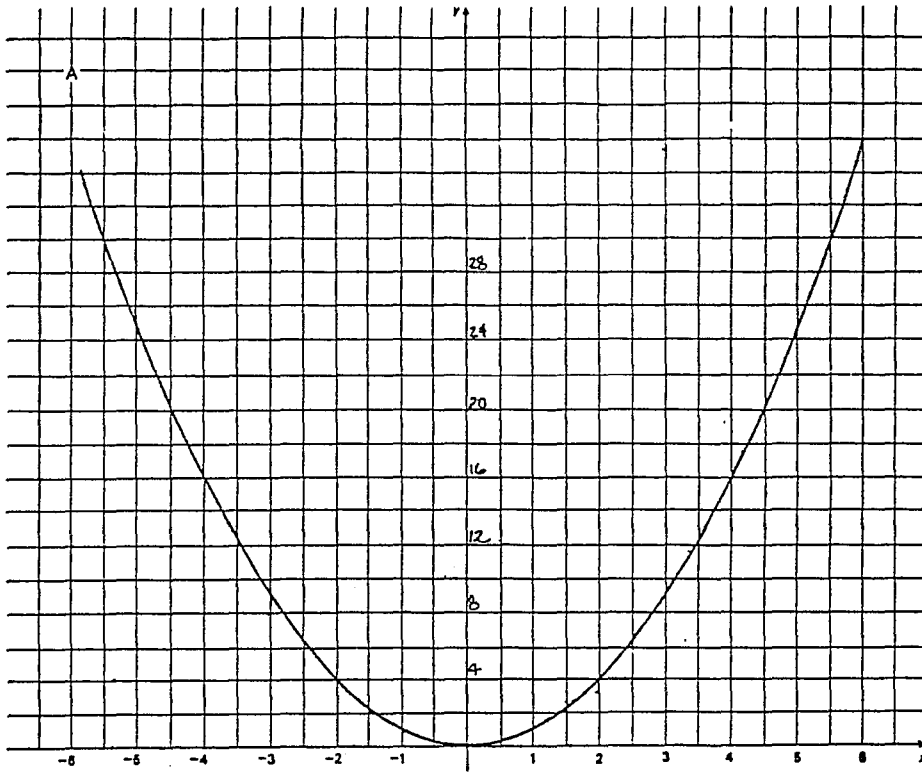
### Conclusiones:

1. La actividad que has realizado te ha dado un método gráfico para la resolución de ecuaciones de segundo grado.
2. Aprendiste a obtener dos funciones de una ecuación cuadrática. Una de las funciones es  $f(x) = x^2$  y la otra de la forma  $g(x) = mx + d$ .
3. Encontraste las raíces de la ecuación cuadrática al determinar los puntos de intersección de las gráficas  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = mx + d$ , es decir los puntos en que las funciones son iguales. Esta es la idea central de la actividad.

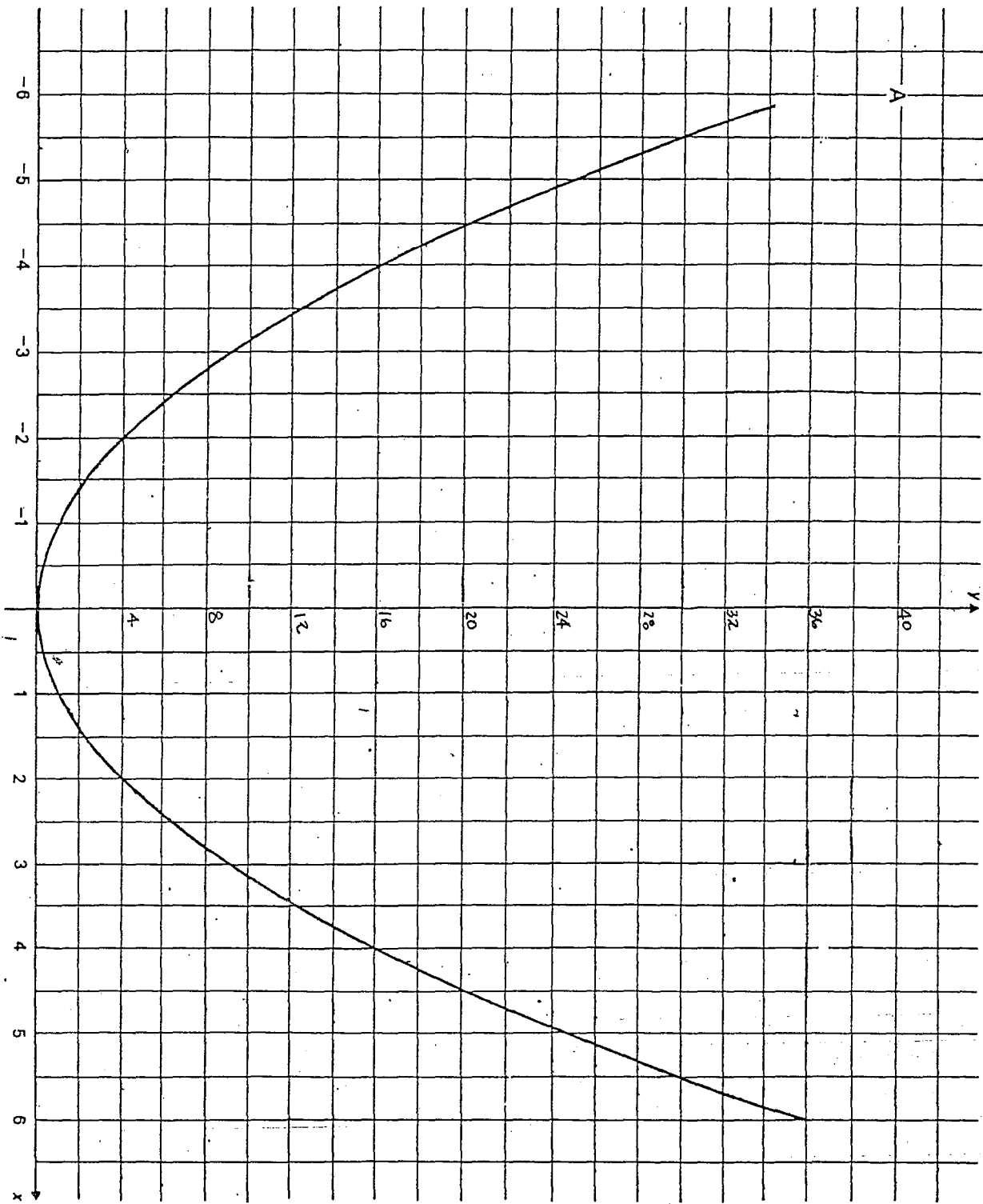
**Aplicaciones.**

En matemáticas expresamos distintas situaciones a través del simbolismo matemático. Función es un concepto muy importante y cuando se ha establecido una función nos pueden interesar situaciones concretas.

Por ejemplo: Si  $v(t) = t^2 - 2t + 1$  m/seg. es la velocidad de un móvil, en el instante  $t$ ,  $v(t) = 0$  son los instantes en que el móvil está parado. Estas y muchas otras aplicaciones tienen las soluciones de una ecuación de 2º grado.







**Tema:** Teorema de Pitágoras

**Objetivo:** Al concluir el desarrollo de la presente actividad, el alumno mediante el uso de material manipulativo demostrará de tres formas diferentes el Teorema de Pitágoras.

**Materiales:** Hojas de actividad  
Figuras recortadas en cartulina.  
Tijeras  
Pegamento  
Cartulina

Para obtener con facilidad las figuras para cada actividad, se anexa una plantilla para que la pegues en la cartulina y sólo recortes.

### **Introducción.**

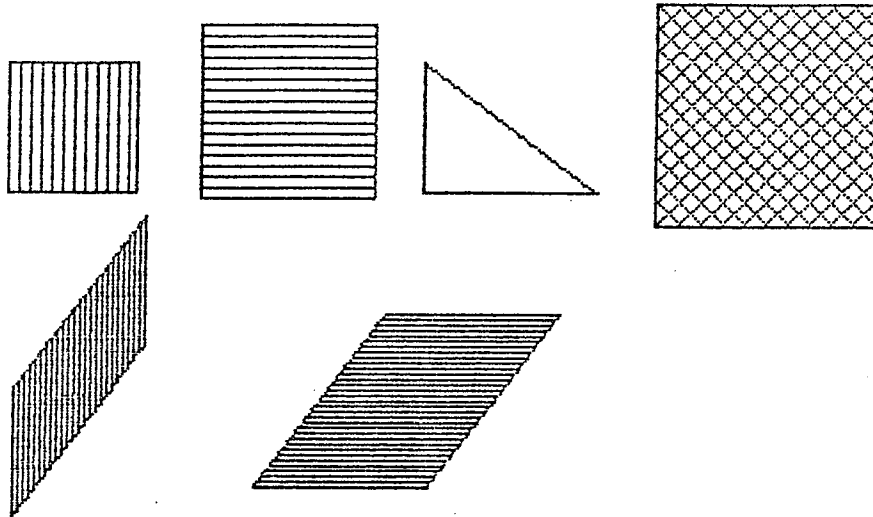
Los egipcios conocían la relación  $3^2 + 4^2 = 5^2$  ya antes del siglo VI A.C. Los hindúes sabían de la relación  $5^2 + 12^2 = 13^2$  también en esa época. Pero no fueron sino los griegos quienes formularon y demostraron el conocido Teorema de Pitágoras cuyo enunciado es: En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos:  $a^2 + b^2 = c^2$ .

En esta actividad conoceremos 3 distintas demostraciones de este teorema.

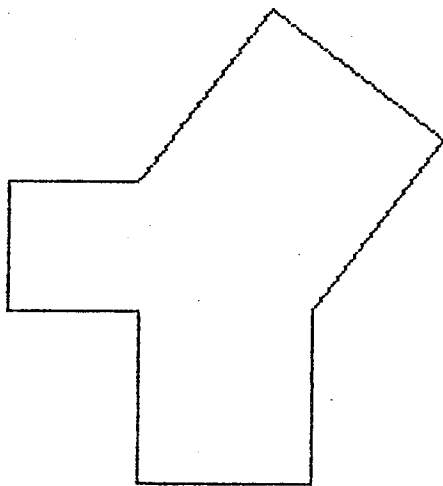
### Desarrollo.

#### Primera Parte. Rompecabezas

Pega en cartulina la plantilla correspondiente a las siguientes figuras, para obtener las piezas del rompecabezas y recórtalas.

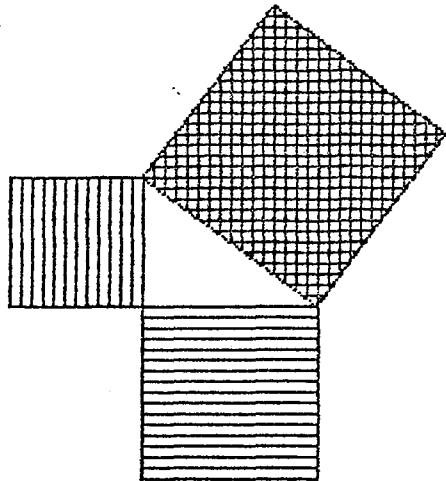


Con estas piezas armaremos el rompecabezas sobre una plantilla similar a ésta.

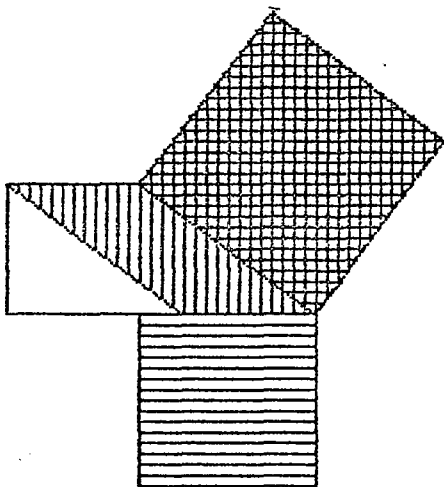


Armaremos el rompecabezas de diferentes formas.

1) Utilizando el triángulo y los tres cuadrados arma el rompecabeza, sobre la plantilla base, tal como lo muestra la figura.



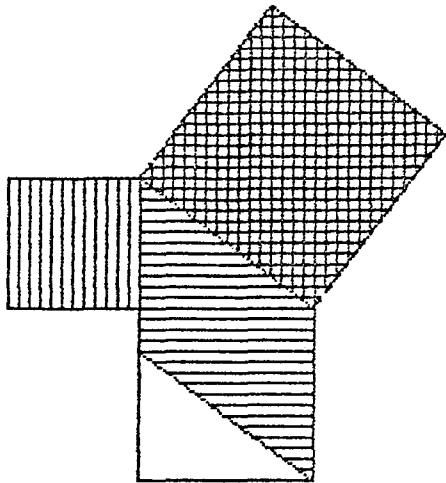
2. Ahora con el triángulo, los cuadrados mayores y el paralelogramo menor arma un nuevo rompecabezas como se muestra.



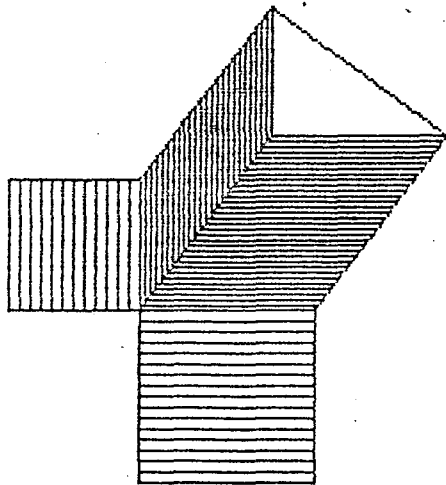
Escribe una igualdad entre las áreas de las figuras usadas en el paso 1 y las de este paso: \_\_\_\_\_

¿ Qué conclusión obtienes ? \_\_\_\_\_

3. Con el triángulo, el cuadrado mayor, el cuadrado menor y el paralelogramo mayor arma otro rompecabezas.  
Escribe una igualdad entre las áreas de las figuras usadas en el paso 1 y las de este paso: \_\_\_\_\_  
¿ Qué conclusión obtienes ? \_\_\_\_\_



4. Con el triángulo, los dos paralelogramos y los dos cuadrados menores arma un último rompecabezas.

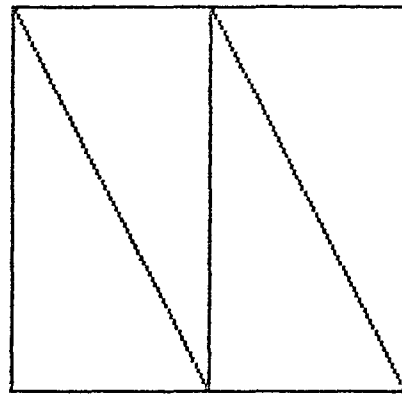


- Escribe una igualdad entre la áreas de las figuras usadas en el paso 1 y las de este paso: \_\_\_\_\_  
¿ Qué conclusión obtienes ? \_\_\_\_\_

5. Usando tus conclusiones en 2, 3, y 4. ¿ Qué más deduces ? \_\_\_\_\_

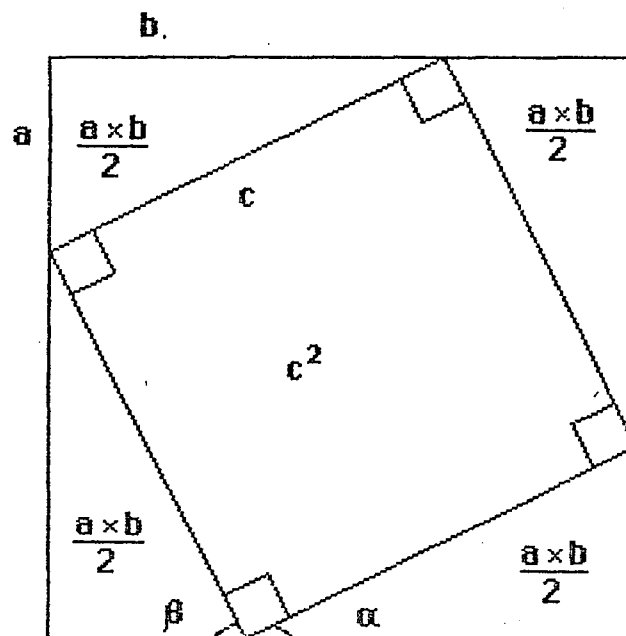
Segunda Parte.

Pega en la cartulina, la plantilla correspondiente a la siguiente figura y recórtala para obtener 4 triángulos del mismo tamaño.



Utilizando los 4 triángulos y el cuadrado base anexo, demostrarás el teorema de Pitágoras.

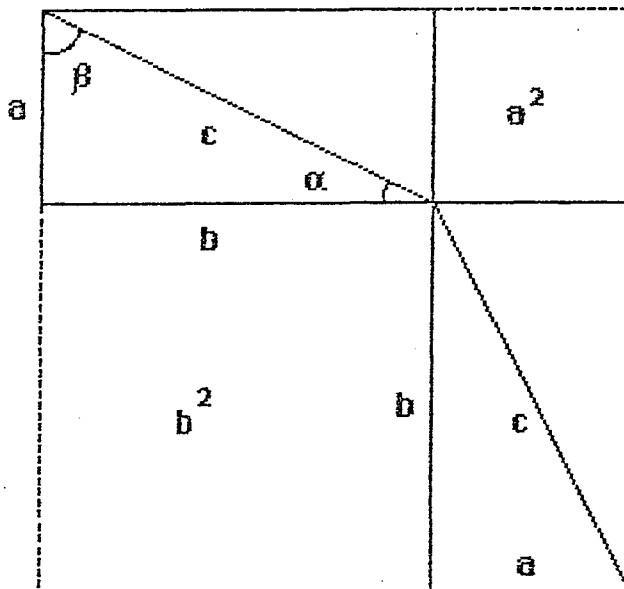
a) Acomoda los triángulos del modo que se indica, sobre el cuadrado base.



Si denotamos por  $a$  al cateto menor, por  $b$  al cateto mayor y por  $c$  la hipotenusa, escribe una expresión algebraica que nos dé el área total de la figura.

b) Ahora acomoda los triángulos del modo indicado.

Escribe una expresión algebraica para el área total de la figura: \_\_\_\_\_



c) Iguala la expresión obtenida en a) con la obtenida en b): \_\_\_\_\_

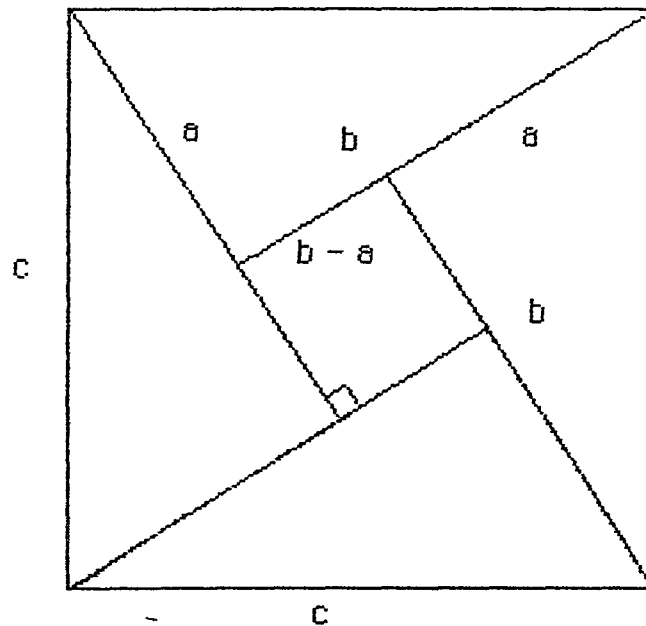
¿ Qué concluyes ? \_\_\_\_\_

d) De acuerdo con lo que representan **a**, **b** y **c** escribe un enunciado que exprese la conclusión anterior: \_\_\_\_\_

Tercera Parte.

Empleando los cuatro triángulos rectángulos de la parte 2:

a) Coloca los triángulos como se indica en la figura.



b) Denota por **a** el cateto menor, **b** el cateto mayor y **c** la hipotenusa.  
 Escribe dos expresiones algebraicas que nos dé el área total de la figura.

Primero como cuadrado de lado  $c$ : \_\_\_\_\_

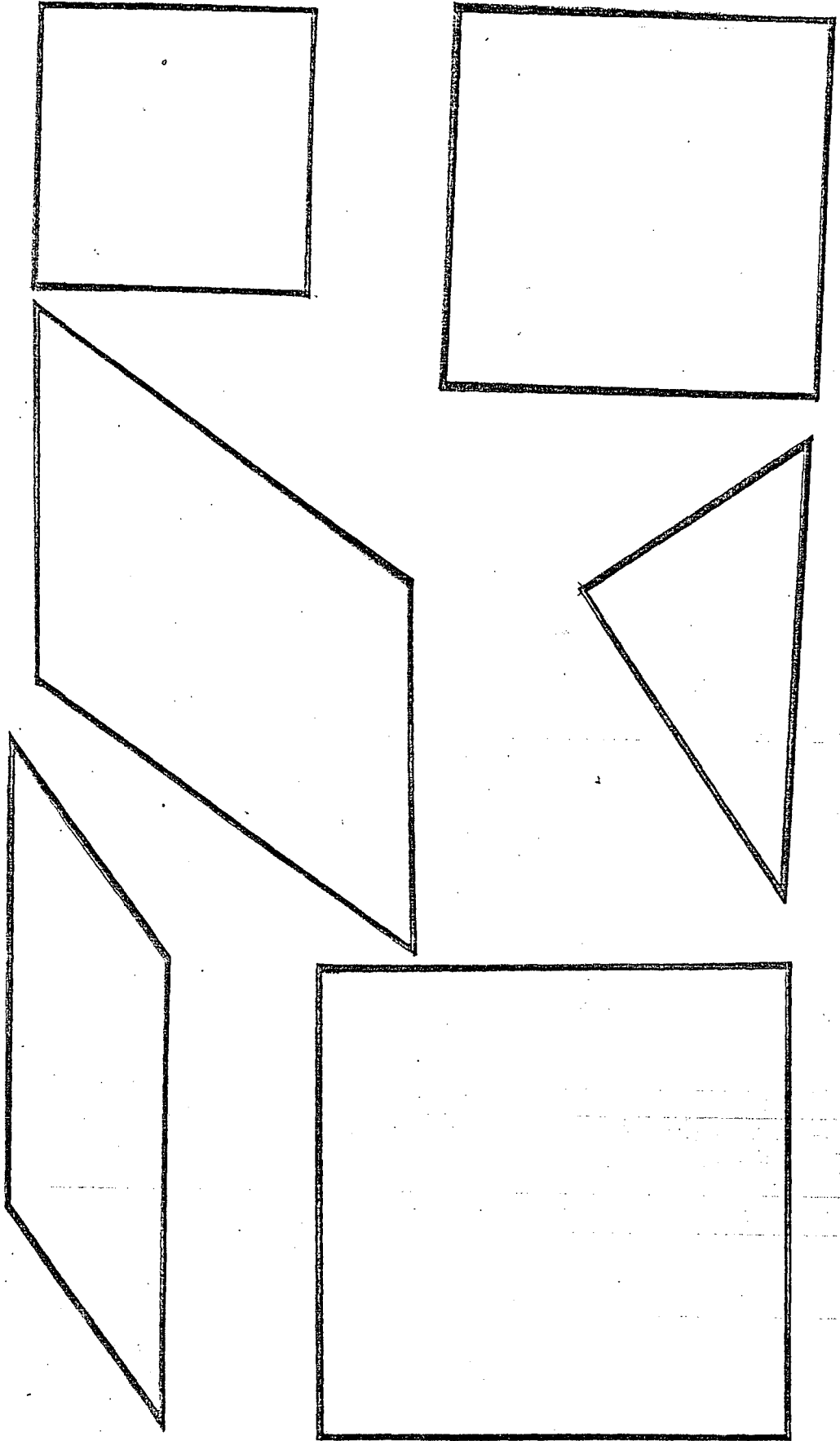
Segundo como cuadrado formado de 5 piezas \_\_\_\_\_

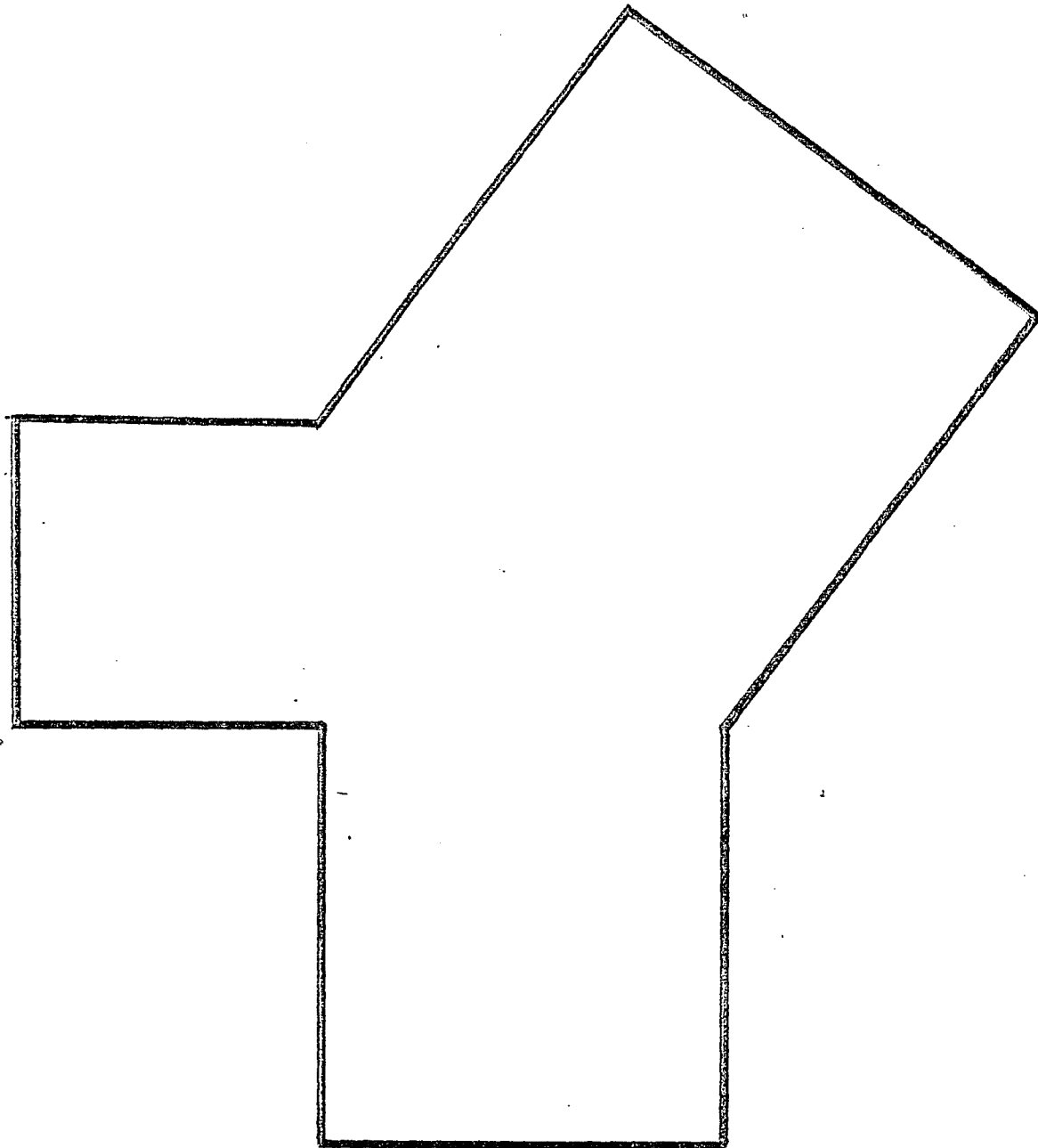
¿Qué concluyes de ambas expresiones? \_\_\_\_\_

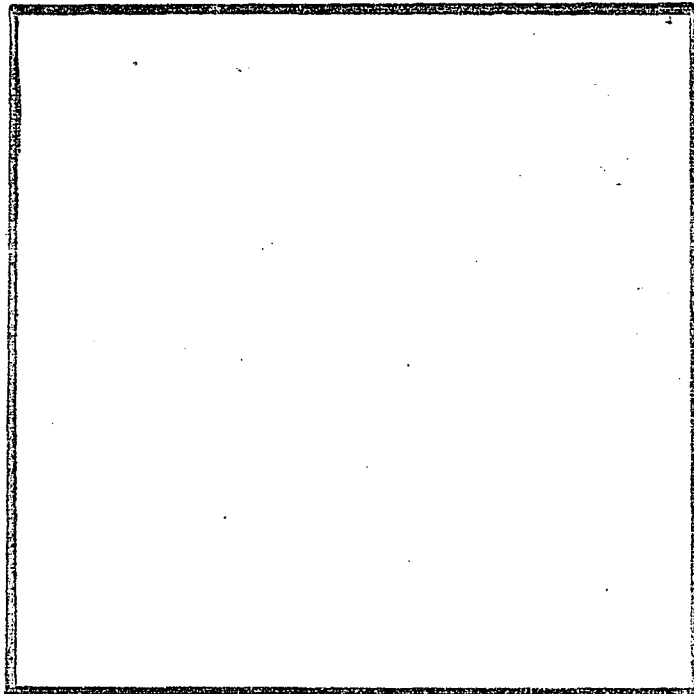
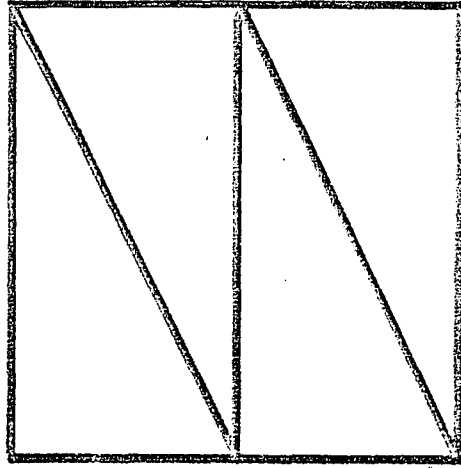
\_\_\_\_\_



A-PITAGORAS







**Tema:** Ángulos y Triángulos

**Objetivo:** En el desarrollo de la presente actividad, el alumno identificará combinaciones de ángulos que puedan formar un triángulo.

**Materiales:** 1 Transportador  
1 Regla  
1 Hoja de papel  
1/16 de cartulina  
Tijeras  
Pegamento  
Lápiz.

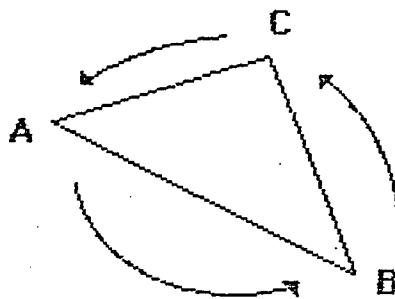
### **Introducción.**

Los polígonos constituyen una familia de figuras muy importante en geometría. Debido a su amplitud, es muy difícil estudiarlos juntos. Así que nos dedicaremos a estudiar sólo una parte de ellos: Los Triángulos.

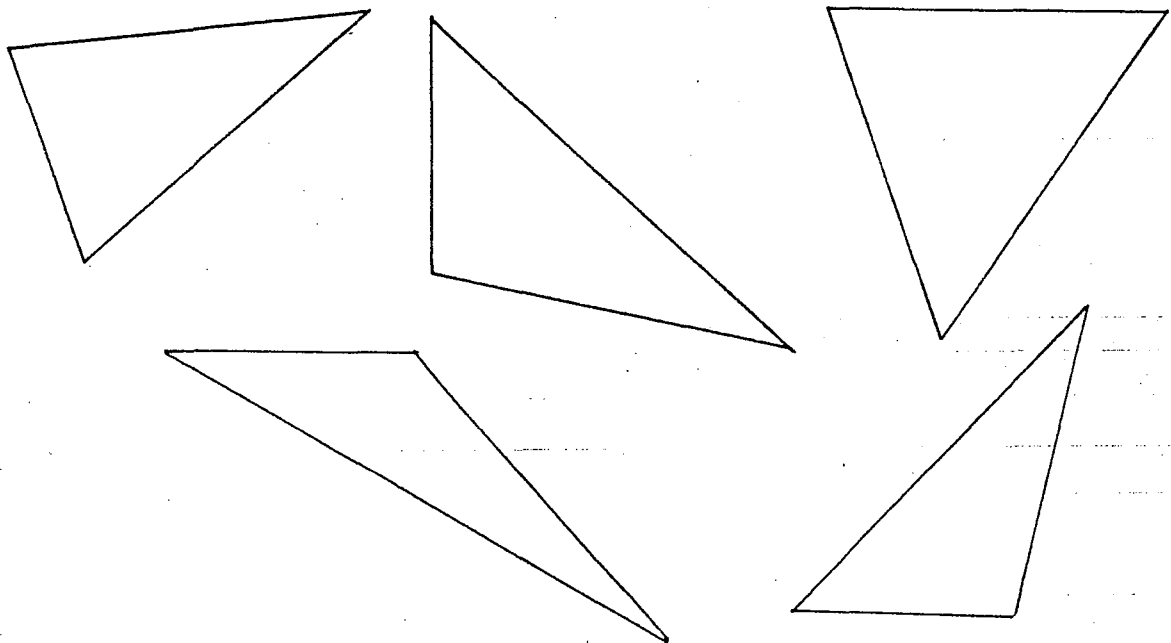
En la presente actividad determinaremos que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es constante. Como veremos posteriormente, esta propiedad nos permitirá establecer otras para polígonos.

**Desarrollo.**

1. Como inicio de la actividad y para que identifiques los ángulos de cada triángulo, acordaremos lo siguiente:  
Llama **A** al vértice inferior izquierdo. Continuando en sentido contrario a las manecillas del reloj llama **B** y **C** respectivamente a los dos vértices restantes.  
Por ejemplo para un triángulo cualquiera tenemos:



2. A continuación, se encuentran 5 triángulos de diferentes dimensiones y formas. Identifica los vértices de cada triángulo, según lo descrito en 1.



3. Usando el transportador, mide con la mayor exactitud posible cada uno de los ángulos de los triángulos y anota en la tabla los datos solicitados:

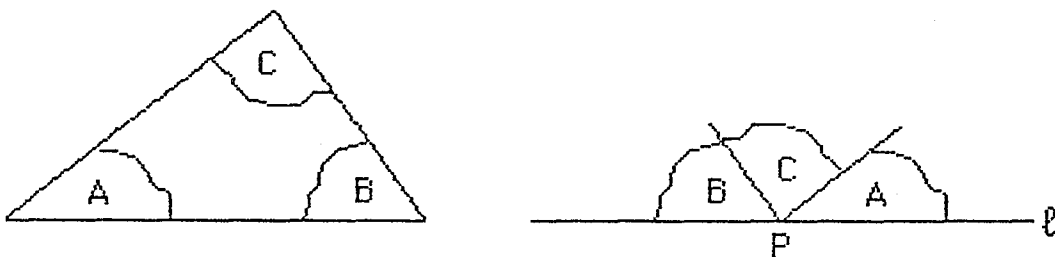
	MEDIDAS DE LOS ANGULOS			SUMA DE LAS MEDIDAS
	A	B	C	A + B + C
1				
2				
3				
4				
5				

4. Observa la columna de las sumas de las medidas. Estas son o se mantienen cerca de un número, ¿Cuál es? \_\_\_\_\_

Efectivamente, uno de los objetivos de esta actividad es mostrar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ , ésta es una condición que nos servirá para reconocer cuáles ternas de ángulos corresponden a una terna de ángulo de un triángulo.

Ahora, harás una demostración geométrica de este hecho:

Dibuja en la cartulina un triángulo arbitrario y recórtalo. Corta a mano (sin emplear tijeras o navaja) el triángulo en tres partes de tal manera que cada una de ellas contenga un sólo ángulo. Reacomoda las tres partes haciendo coincidir los vértices en un punto P, situado en una línea recta, como se ilustra a continuación:



¿ Cuánto es la suma de las medidas de los tres triángulos ? \_\_\_\_\_

¿ Por qué ? \_\_\_\_\_

Lo anterior nos muestra que los tres ángulos de un triángulo deben cumplir una condición. Escribe esta condición : \_\_\_\_\_

Dicho de otra manera, si tienes tres ángulos y su suma no es  $180^\circ$ , entonces no puedes construir un triángulo con ellos.

A. Considerando el análisis anterior, encierra en un óvalo aquellas ternas de ángulos que pueden ser ángulos de un triángulo.

- a)  $20^\circ, 30^\circ, 50^\circ$       b)  $45^\circ, 35^\circ, 100^\circ$       c)  $70^\circ, 20^\circ, 90^\circ$   
d)  $52^\circ, 29^\circ, 71^\circ$       e)  $35^\circ, 35^\circ, 35^\circ$

B. Completa las siguientes ternas de ángulos, de tal forma que resulten ángulos de triángulos.

- a)  $30^\circ, 75^\circ, \underline{\hspace{2cm}}$       b)  $45^\circ, 27^\circ, \underline{\hspace{2cm}}$   
c)  $55^\circ, 73^\circ, \underline{\hspace{2cm}}$       d)  $20^\circ, 43^\circ, \underline{\hspace{2cm}}$

C. Completa los siguientes enunciados:

1. En un triángulo equilátero, los tres ángulos miden: \_\_\_\_\_

2. En un triángulo rectángulo, la suma de los ángulos no rectos es \_\_\_\_\_ . A este par de ángulos se les llama **COMPLEMENTARIOS**.
3. Da una terna de ángulos que correspondan a un triángulo isósceles \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ .

### **Conclusiones.**

Caracterizar a los triángulos es determinar propiedades que sólo ellos tienen. En esta actividad hemos encontrado la siguiente caracterización de sus ángulos: La suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ .



**Tema:** Factorización

**Subtemas:** Factor común.  
Trinomio de 2º grado.  
Trinomio cuadrado perfecto.

**Objetivo Particular:** Al concluir el desarrollo de la presente actividad, el alumno mediante el uso del material manipulativo representará expresiones algebraicas y factorizará trinomios de 2º grado, trinomios cuadrados perfectos y expresiones que tengan un factor común.

**Objetivos Específicos:**

1. Factorizará polinomios que tengan un factor común. Forma  $ax + bx$ .
2. Factorizará trinomios de 2º grado de la forma  $ax^2 + bx + c$ , con términos positivos únicamente
3. Factorizará trinomios cuadrados perfectos. Forma  $a^2 + 2ab + b^2$ , con términos positivos únicamente.

**Materiales:** Se especifica en la hoja del alumno. El profesor puede auxiliarse con dibujos en el pizarrón para cualquier aclaración.

**Orientaciones para los alumnos:**

- 1.- Pedir a los alumnos el material a utilizar con anterioridad y las condiciones que debe cumplir éste en su presentación.
- 2.- Mencionar la importancia que tiene el que él alumno lea con cuidado el material antes de contestar.
- 3.- Sugerir a los alumnos que pregunten al coordinador en caso de

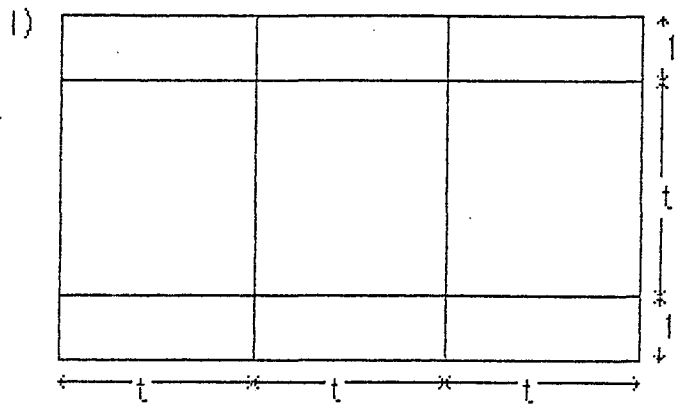
haber duda con la actividad o con el manejo del material

- 4.- Contestar su hoja de actividades individualmente.
- 5.- Dar la solución a los ejercicios que se presentan con la ayuda del material manipulativo.

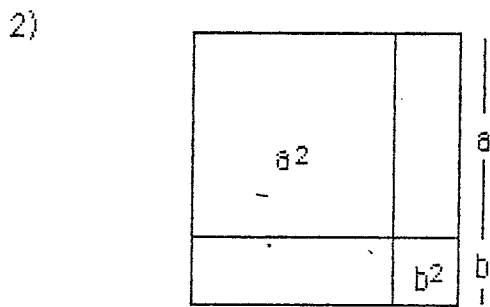
### **Sugerencias:**

1. Dar inicio a la actividad cuando ya todos los alumnos que asistieron ese día, estén en el salón de clase.
2. El maestro debe repartir o pedir que saquen el material, después de haber terminado de dar las indicaciones de la actividad verbalmente.
3. Los materiales pueden ser elaborados en el salón de clase o pedir con anterioridad lo lleven trazado o recortado.
4. Estar atento al manejo del material manipulativo por parte de los alumnos y asesorar si es necesario.
5. Orientar en forma individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si esta es común a un número considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dirigir la explicación a la totalidad del grupo, ya sea en forma verbal o ilustrándola en el pizarrón.
6. En caso de que los ejemplos ilustrados en la actividad no conduzcan al alumno a su comprensión, dar la explicación en el pizarrón y poner otros ejemplos de reforzamiento.
7. En vista de que la actividad esta compuesta de dos partes, se recomienda al maestro proporcionar a sus alumnos la 1ª parte y al quedar concluída proceder a repartir la 2ª parte.
8. La idea de la primera parte es asociar a una figura geométrica un término algebraico, por lo cual es conveniente recalcar esto, distinguiendo términos de 2º grado, de 1º grado e independientes, asociándolo con el material.

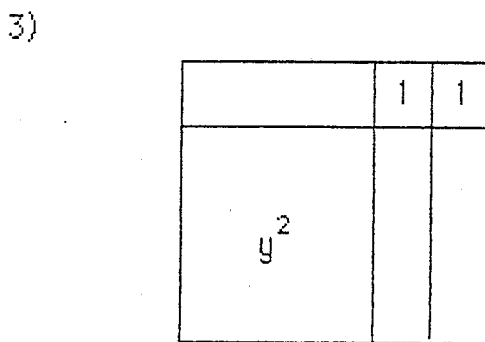
Otros ejemplos para la primera parte Areas y Expresiones Algebraicas



Base =  
 Altura =  
 Area =



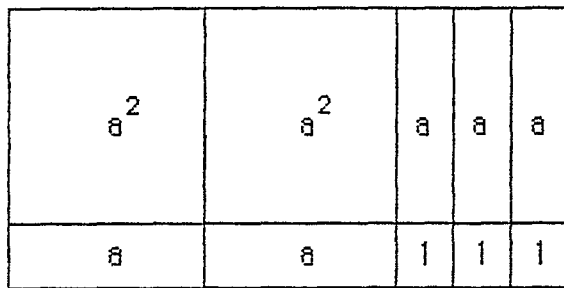
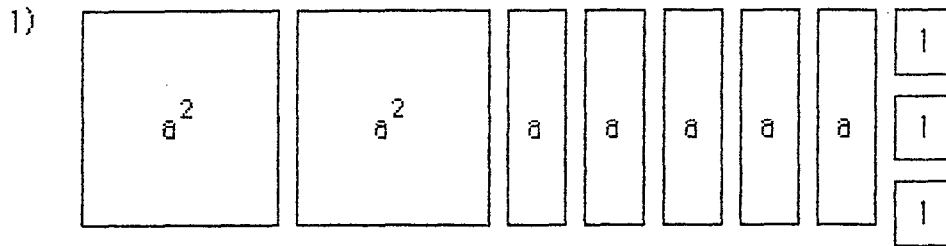
Base =  
 Altura =  
 Area =



Base =  
 Altura =  
 Area =

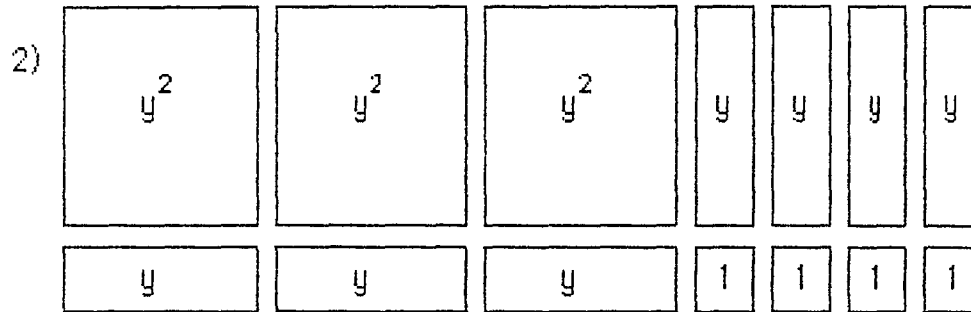
Otros ejemplos para la Segunda Parte.- " Factorización de  
Expresiones Algebraicas"

Trinomios de 2º grado.



Area =                      Base =                      Altura =

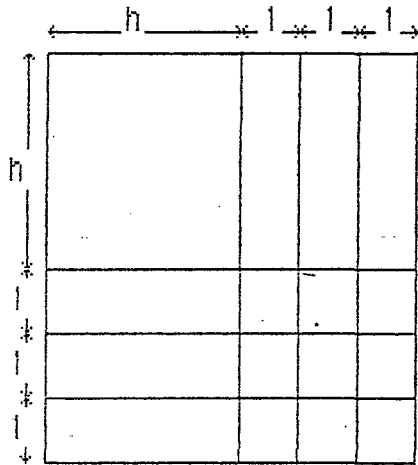
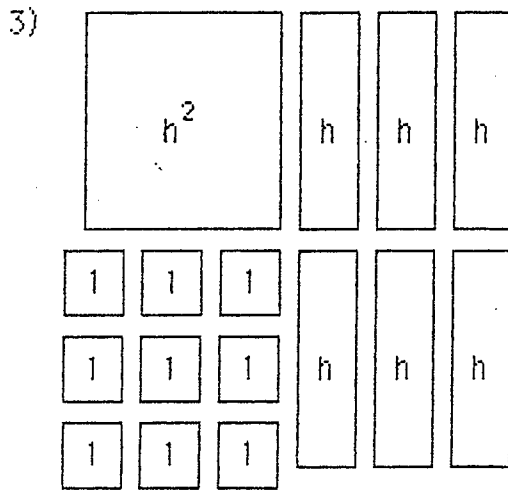
Conclusión :



Area =                      Base =                      Altura =

Conclusión :

Trinomios Cuadrados Perfectos.

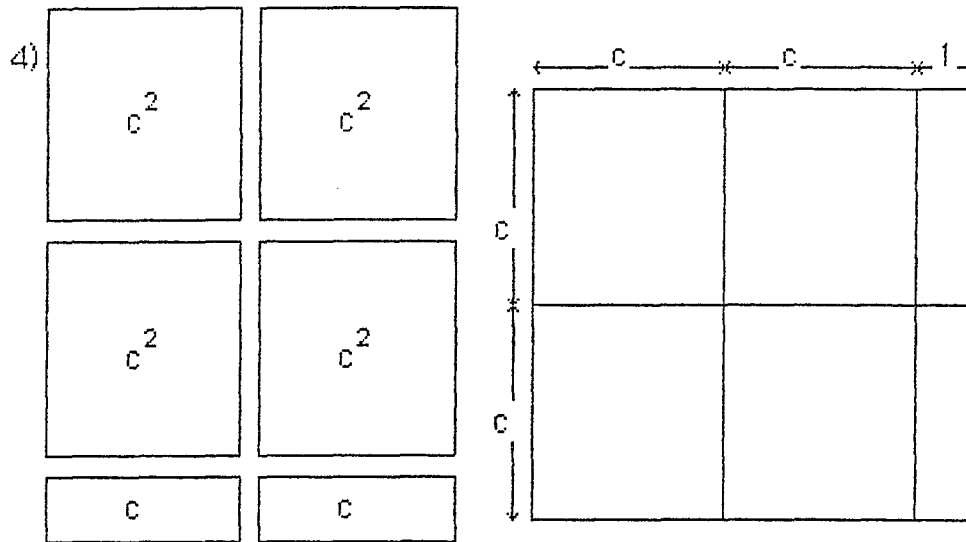


Area =

Base =

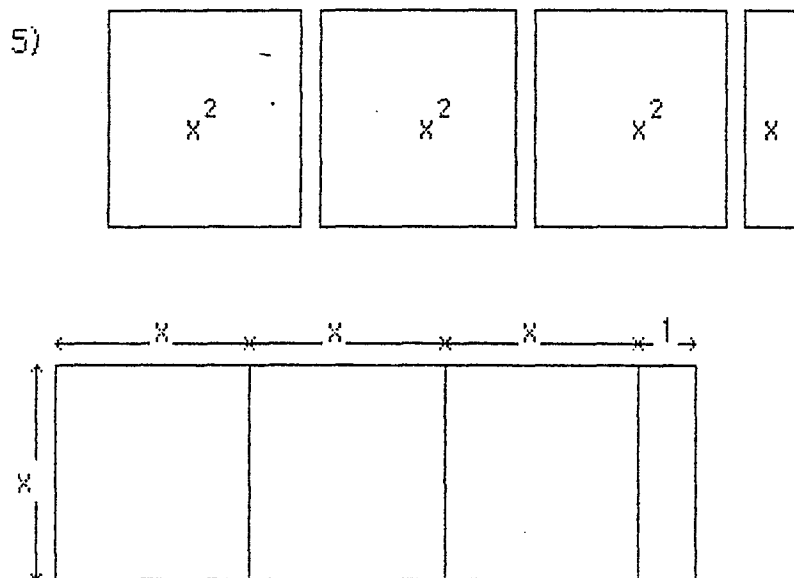
Altura =

Conclusión:



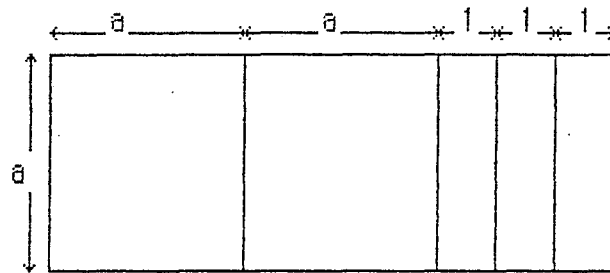
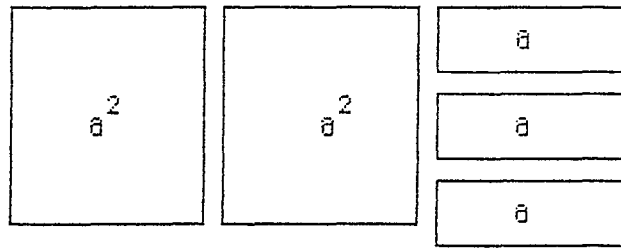
Área =                      Base =                      Altura =  
 Conclusión :

Factor Común.



Área =                      Base =                      Altura =  
 Conclusión :

b)



Area =

Base =

Altura =

Conclusión:

### NOTAS:

1. Usted mismo puede construir ejemplos que no son factorizables. Si tomamos un trinomio de la forma  $ax^2 + bx + c$ , basta que  $(b^2 - 4ac)$  sea negativo, por ejemplo:  $2x^2 + x + 3$ ;  $x^2 + x + 2$ .

2. Al factorizar un trinomio cuadrado perfecto, siempre se obtiene un cuadrado al acomodar las figuras. Esta situación sólo se presenta en este caso y cada vez que se forme un cuadrado, su factorización es un binomio al cuadrado.

3. Se le hace evidente la utilización de este material manipulativo en la resolución de ecuaciones de 2º grado mediante su factorización. Conviene explorar esta actividad.

## **CONCLUSIONES**

Una de las cosas que hacemos en álgebra es cambiar la forma de una expresión sin alterar su valor; de esta manera obtenemos una expresión mas conveniente para trabajar en una situación particular. La estrecha relación que existe entre la multiplicación y la factorización permite expresar un producto desarrollado en términos de los factores que lo componen. De esta manera obtenemos un método para resolver ecuaciones, -habilidad importante- en cualquier área de las matemáticas y sus aplicaciones.



**Tema:** Construcciones con Regla y Compás.

**Objetivo Particular:** En el desarrollo de la presente actividad, el alumno realizará construcciones geométricas relativas a paralelas, perpendiculares, ángulos, polígonos y aplicará estos conocimientos en la construcción de un sólido geométrico.

**Objetivos Específicos:**

- Trazará perpendiculares con regla y compás
- Determinará el punto medio de un segmento dado.
- Construirá un ángulo congruente a otro, mediante regla y compás.
- Construirá triángulos utilizando regla y compás y marcará sus bisectrices.
- Trazará polígonos inscritos y circunscritos en la circunferencia.
- Aplicará las construcciones básicas para obtener un sólido geométrico.

**Materiales:** Es importante que el maestro tenga un juego de geometría para pizarrón, o juego transparente para retroproyector, para que pueda realizar algunas construcciones y los alumnos puedan observar el manejo correcto de los materiales.

**Orientaciones para los alumnos:**

1. Pedir a los alumnos con anterioridad un juego de geometría (no biselado), borrador y lápiz.
2. Hacer notar la importancia que tiene el leer con cuidado la actividad antes de contestar.
3. Sugerir a los alumnos que pregunten al coordinador las dudas que tengan respecto al manejo de los materiales en los trazos que se piden o en la construcción de figuras.
4. Contestar su hoja de actividades individualmente.

### **Sugerencias:**

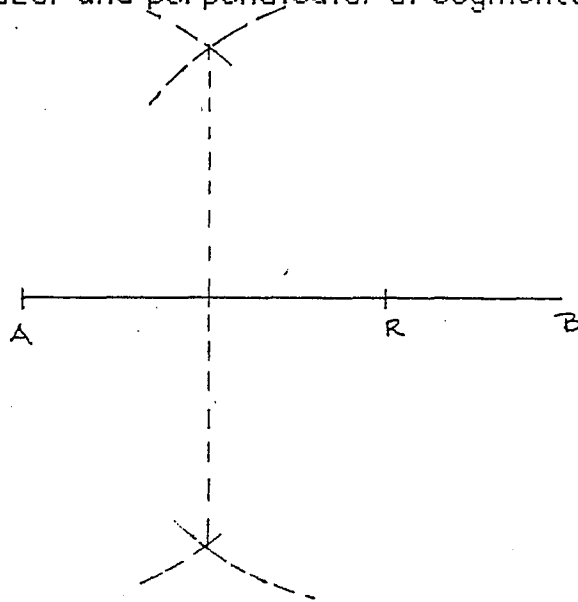
1. Dar inicio a la actividad cuando ya todos los alumnos que asistieron ese día, estén en el salón de clases.
2. Pedir a los alumnos den comienzo a su actividad, cuando el maestro haya concluido la explicación verbal de ella.
3. La actividad está compuesta de dos partes, por tal motivo se recomienda repartir la segunda parte hasta que haya sido terminada la primera, por contener ésta los trazos básicos para la solución del problema.
4. Es recomendable que todos los alumnos cuenten con su juego de geometría, de no ser posible, formar equipos de dos personas como máximo.
5. El maestro debe tener estudiados los trazos que van a realizar, para que pueda con mayor facilidad aclarar las dudas que se puedan presentar.
6. Estar atento al manejo de los materiales y asesorar cuando se solicite o necesite.
7. Orientar en forma individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si ésta es común a un número considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dirigir la explicación a la totalidad del grupo, ya sea en forma verbal o ilustrándola en el pizarrón.
8. Si los ejercicios presentados en la actividad no son suficientes para que el alumno llegue a la comprensión del contenido, el maestro dará la explicación apoyándose en ejercicios de reforzamiento.

### **Conclusión:**

La geometría tiene para su estudio varios aspectos, como un sistema lógico deductivo y en un enfoque de aplicación práctica. Al utilizar la regla sin marcas podemos trazar pero no medimos longitudes. Con el compás trazamos circunferencias o arcos, conociendo un centro y un radio. Usando la regla y el compás se pueden construir nuevas figuras que son combinaciones de circunferencias y segmentos de recta y deducir teoremas acerca de ellas. Estas construcciones nos ayudan a pensar y desarrollar ideas en torno a la geometría y sus aplicaciones.

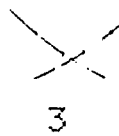
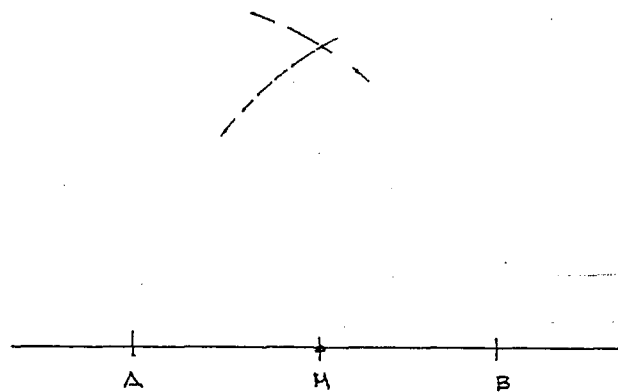
### Soluciones a los ejercicios de construcción.

Construcción 1: Trazar una perpendicular al segmento dado.



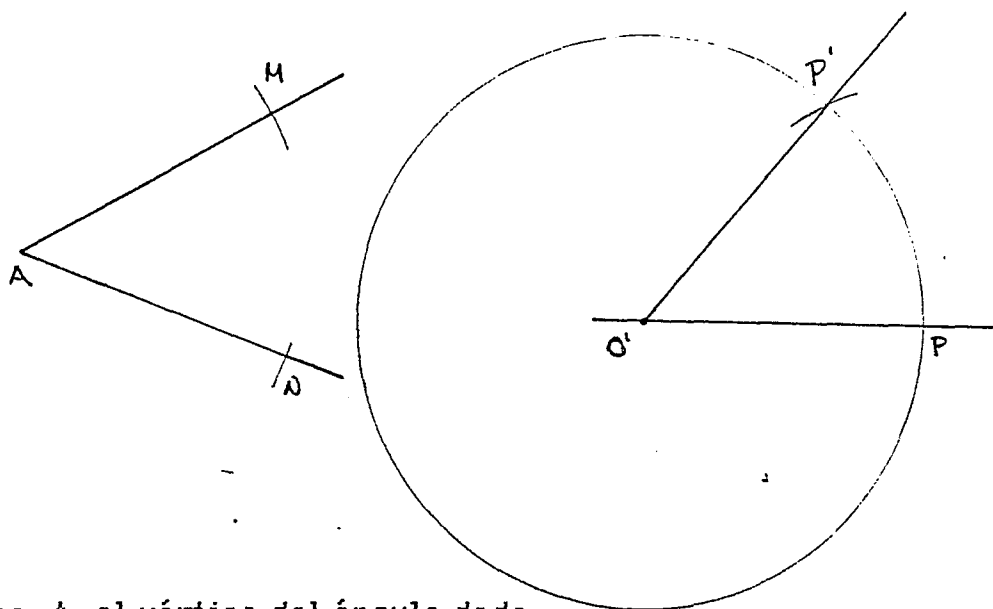
1. Elegir un punto en la recta y llamarlo R.
2. Con centro en A y después en B trace arcos de circunferencia con igual radio, de manera que estos arcos se intersecten en un punto con las letras C y D.
3. La perpendicular al segmento AB es la recta determinada por los puntos C y D.

Construcción 2: Determinar el punto medio de un segmento.



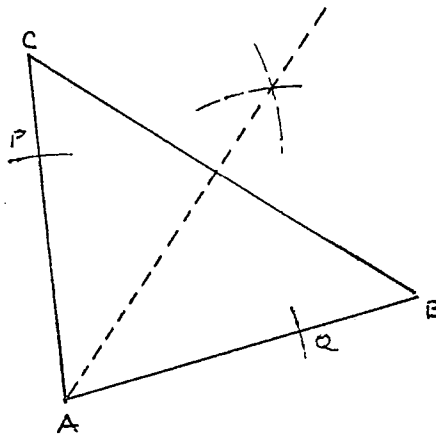
1. Con centro en A y después en B trace arcos de circunferencia con igual radio, de manera que estos arcos se intersecten en un punto.
2. Coloque la regla de manera que se unan los nuevos puntos encontrados, donde se intersecte con el segmento AB se localiza el punto medio.

Construcción 3: Dado un ángulo, construir otro de igual medida usando regla y compás.



1. Sea A el vértice del ángulo dado.
2. Trazar una semirecta y elegir un punto O'.
3. Con el compás apoyado en A se intersectan los dos lados. Llamaremos M y N a cada una de las intersecciones.
4. Con la misma abertura del compás y apoyado en O' trazar una circunferencia. Llámese P al punto de intersección de la circunferencia y la semirecta.
5. Tomar la distancia M, N y con el compás apoyado en P intersectar la circunferencia en un punto P'.
6. El ángulo P' O' P es el ángulo buscado.

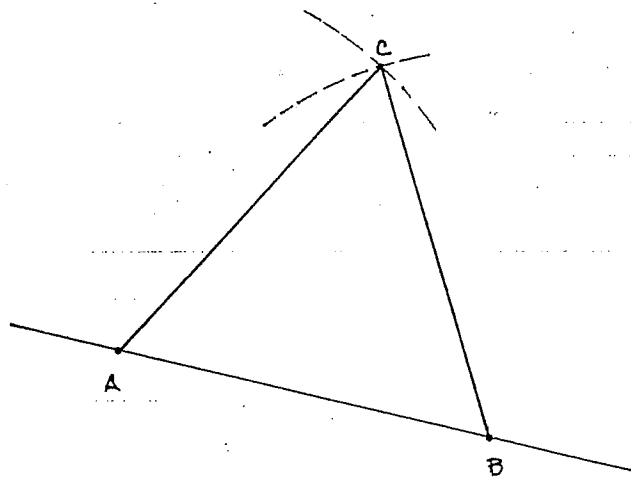
Construcción 4: Dado el triángulo A B C trazar la bisectriz de cada ángulo.



1. Para el ángulo  $\widehat{BAC}$  :

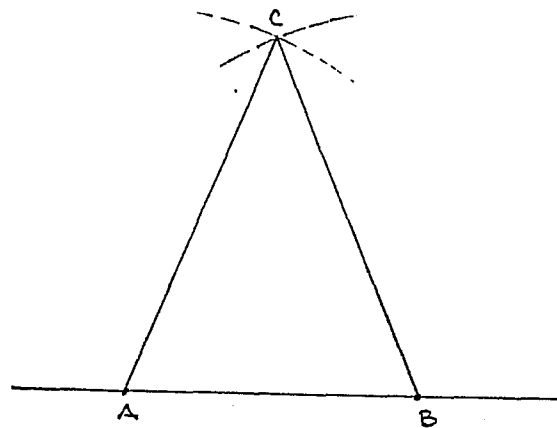
- Apoyado en el vértice A, trazar con compás un arco que intersecte ambos lados. Sean P y Q las intersecciones.
- Con la misma abertura y apoyado en P trácese un arco.
- Repita la indicación en 2 para el punto Q.
- Sea R la intersección de ambos arcos.
- El segmento A R es la bisectriz buscada.
- Repita los pasos anteriores para encontrar las otras bisectrices.

Construcción 5: Usando regla y compás construir un triángulo equilátero.



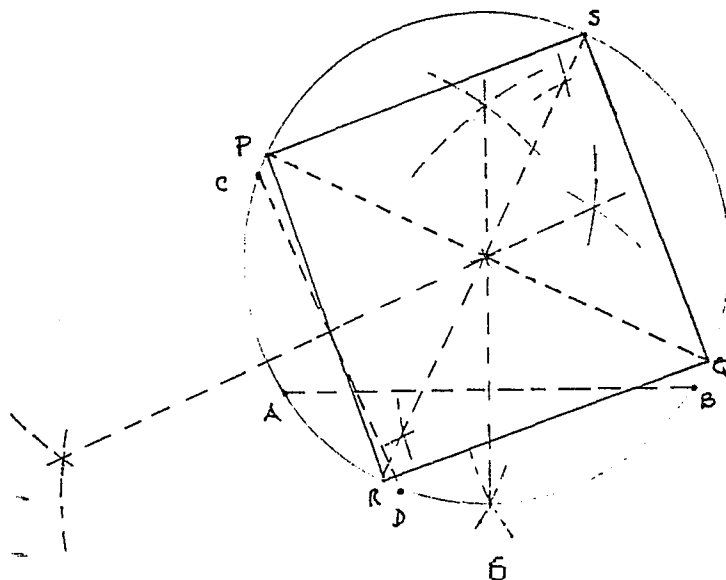
1. Trace una semirecta y marque en ella dos puntos A y B.
2. Tomar una abertura A B con el compás y trazar dos arcos que se intersecten, apoyándose primero en A y luego en B.
3. Sea C la intersección de ambos arcos.
4. El triángulo A B C es equilátero.

Construcción 6: Usando regla y compás, trazar un triángulo isósceles.



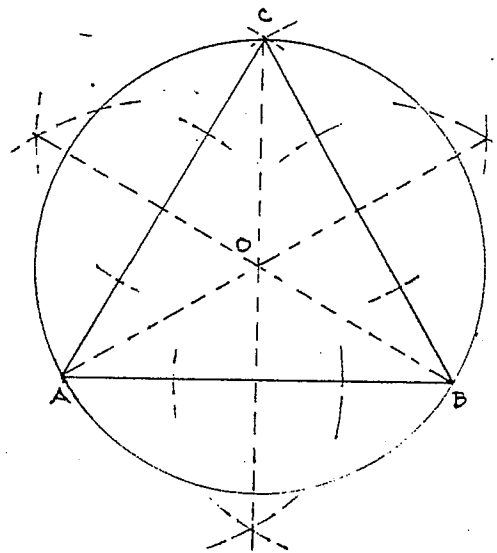
1. Trazar una semirecta y marcar en ella dos puntos A y B.
2. Tomar con el compás una abertura mayor o menor que el segmento A B y trazar dos arcos que se intersecten apoyándose primero en A y después en B.
3. Sea C la intersección de estos arcos.
4. El triángulo A B C es isósceles.

Construcción 7: Dada una circunferencia inscribir en ella un cuadrado.



1. Para localizar el centro, elige dos puntos A y B sobre la circunferencia y traza el segmento A B.
2. Trazas una perpendicular al segmento A B en el punto medio.
3. Elige dos puntos C y D sobre la circunferencia y traza el segmento C D.
4. Trazas la perpendicular al segmento C D en el punto medio.
5. La intersección de las perpendiculares es el centro.
6. Trazas un diámetro y nombra P y Q a las intersecciones de la recta con la circunferencia.
7. Trazas un diámetro perpendicular a P Q y nombra R y S a las intersecciones.
8. El cuadrilátero P R Q S es un cuadrado.

Construcción 8: Dado un triángulo equilátero circunscribir una circunferencia.



1. Sean A B C los vértices del triángulo.
2. Trazas las bisectrices de cada ángulo.
3. La intersección de las bisectrices es O.
4. Apoyado en O y abertura O A trazas una circunferencia.

**Tema:** Gráficas y Ecuaciones Cuadráticas.

**Objetivo Particular:** Al concluir el desarrollo de la presente actividad, el alumno calculará las raíces de una ecuación de segundo grado mediante la aplicación de un método gráfico.

**Objetivos Específicos:**

- Relacionará ecuaciones de segundo grado, con funciones cuadráticas.
- Despejará el término de segundo grado en diversas ecuaciones.
- Trazará la gráfica de una función lineal.
- Calculará las raíces de una ecuación cuadrática.
- Comprobará las soluciones con métodos ya conocidos.

**Material:**

Se especifica en la hoja del alumno. El profesor puede auxiliarse con dibujos en el pizarrón para cualquier aclaración.

**Prerrequisitos:**

1. Repasar como se tabula y grafica una función lineal.
2. Manejar los miembros variable independiente  $x$  y dependiente  $f(x)$  o  $y$ .
3. Hacer énfasis en la notación  $f(x) = x^2$  y mencionar que es lo mismo que  $y = x^2$  y hacer notar que en esta actividad se utilizará la primera notación.

**Orientaciones para los Alumnos:**

1. Pedir a los alumnos con anterioridad una regla y un lápiz de color.
2. Dar una explicación verbal de lo que contiene la práctica.
3. Mencionar la importancia que tiene el que él alumno lea con cuidado el material antes de contestar.
4. Sugerir a los alumnos, preguntar al profesor las dudas que tengan al contestar su actividad.
5. Contestar su hoja de actividades individualmente.
6. Realizar las gráficas lineales sobre la gráfica de la parábola.



### Sugerencias.

1. Dar inicio a la actividad cuando ya todos los alumnos que asistieron ese día estén en el salón de clase.
2. Es conveniente que el maestro tenga con anticipación el total de gráficas impresas que deberá repartir a cada alumno.
3. Pedir a los alumnos den comienzo a su actividad después de haber concluido el maestro con la explicación verbal de lo que contiene la practica.
4. Estar atento a lo trazado en las gráficas y asesorar cuando se solicite o necesite.
5. La actividad está compuesta de dos partes, por lo tanto, es importante no repartir la segunda parte hasta que se haya terminado la primera.
6. Orientar en forma individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si ésta es común a un número considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dirigir la explicación a la totalidad del grupo, ya sea en forma verbal o ilustrándola en el pizarrón.
7. Si los ejemplos que contiene la actividad no conducen a la comprensión de ella, es conveniente que el maestro de la explicación adecuada y se apoye en ejemplos de reforzamiento.
8. Es necesario que el maestro obtenga con anterioridad las soluciones de los ejercicios que se proponen. Estos deben ser resueltos por el método gráfico que se emplea en la actividad y por cualquier método algebraico para que pueda con mayor facilidad orientar a sus alumnos en las dudas que se les presenten.

## Notas.

1. En el método gráfico de resolución de ecuaciones, dada una ecuación de 2º grado:  $ax^2 + bx + c = 0$ , graficamos la curva  $f(x) = ax^2 + bx + c$  e intersectamos con la recta  $f(x) = 0$ . En el método de esta actividad trabajamos con  $f(x) = x^2$  y la intersectamos con una recta. Es decir, en el primero usamos un misma recta en todos los casos:  $y = 0$ ; mientras que en el segundo se trabaja con una misma parábola  $y = x^2$ . En un sistema de ecuaciones lineales puede suceder que no haya solución, por ejemplo si las rectas son paralelas.

Esta situación también se presenta en las ecuaciones de 2º grado, si la curva  $f(x) = x^2$  y la recta  $g(x)$  no se intersectan.

A partir de este comentario se pueden encontrar muchos ejemplos sin solución. Aquí citamos algunos:

a)  $x^2 = x - 2$

c)  $x^2 = -1$

b)  $x^2 = (1/2)x - 1$

d)  $2x^2 = -x - 1$

2. Cabe hacer notar que, como se muestra con algunos ejemplos, el método gráfico tan sólo es de carácter estimativo.

## Aplicaciones.

Una de las cosas que haremos en matemáticas es descubrir el comportamiento de un fenómeno mediante una función. Por eso es importante este concepto.

Una vez establecida dicha función pueden aparecer casos importantes que nos interese estudiar. Por ejemplo, si  $v(t) = t^2 - 2t + 1$  m/seg. es una función que describe la velocidad de un móvil en el tiempo  $t$ , las raíces de la ecuación  $v(t) = t^2 - 2t + 1 = 0$  nos indicarán el momento en que su velocidad es 0, es decir, está parado. Esta y muchas aplicaciones más tienen las raíces de una ecuación de 2º grado.

**Tema:** Teorema de Pitágoras

**Objetivo Particular:** Al concluir el desarrollo de la presente actividad, el alumno mediante el uso de material manipulativo demostrará de tres formas diferentes el teorema de Pitágoras.

**Objetivo Específico:** Deducirá que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

**Material:** Se especifica en la hoja del alumno y es importante que el maestro tenga el mismo, aumentando sus medidas para que éstos puedan ser utilizados en el pizarrón y vistos por todo el grupo.

**Orientaciones para los Alumnos:**

- 1.- Pedir a los alumnos el material a utilizar con anterioridad y las condiciones que debe cumplir éste en su presentación.
- 2.- Mencionar la importancia que tiene el que él alumno lea con cuidado el material antes de contestar.
- 3.- Sugerir a los alumnos que pregunten al profesor en caso de haber problemas con el manejo del material.
- 4.- Realizar las diferentes demostraciones individualmente.
- 5.- Aplicar lo aprendido en la solución de problemas.

**Sugerencias:**

- 1.- Dar inicio a las actividades cuando ya todos los alumnos que asistieron ese día estén en el salón de clases.
- 2.- El maestro debe repartir o pedir que saquen el material, después de haber concluido la explicación de la actividad.
- 3.- Es importante que cada alumno tenga su material y éste debe ser elaborado en la clase, para ahorrar tiempo se puede llevar una plantilla impresa.

- 4.- Estar atento al manejo del material manipulativo y asesorar cuando se solicite o necesite.
- 5.- Orientar en forma individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si ésta es común a un número, considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dar una explicación a todo el grupo auxiliándose del material manipulativo.
- 6.- Al aplicar lo aprendido es recomendable que el maestro tome como ejemplos, problemas que pueda encontrar el estudiante en su vida diaria.
- 7.- En caso de utilizar plantillas impresas, es conveniente que el maestro tenga el total de gráficas a utilizar con anticipación.
- 8.- La actividad sólo contemplará la parte demostrativa del teorema. El profesor debe buscar aplicaciones en cualquier libro de texto para reforzamiento.
- 9.- La actividad se compone de tres partes, cada una es una demostración diferente. Por lo tanto es importante dejar concluída una parte antes de iniciar la siguiente. Esto también permite al maestro ver hasta donde el juzgue conveniente.
- 10.- Las actividades pueden trabajarse en forma aislada, ninguna es prerrequisito de la otra.