

# COMUNICACIONES DEL CIMAT



## CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS

Apartado Postal 402

Guanajuato, Gto.

México

Tels. (473) 2-25-50

2-02-58



# PRACTICAS DE MATEMATICAS PARA PRIMERO DE SECUNDARIA

## CONTENIDO

Introducción

Sugerencias generales para el profesor

Cursos de actualización para maestros de matemáticas

### ACTIVIDADES PARA ALUMNOS

Suma y resta de enteros (fichas)

Areas y fórmulas

Factorización

Suma y resta de números enteros (regla)

Arrancan

### GUIAS PARA EL PROFESOR

Suma y resta de enteros (fichas)

Areas y fórmulas

Factorización

Suma y resta de números enteros (regla)

Arrancan

## INTRODUCCION

Este paquete contiene cinco prácticas de laboratorio diseñadas para apoyar la actividad docente y de aprendizaje por parte del alumno en temas contemplados en el programa de matemáticas del primer año de secundaria, tales como: Números Primos, Operaciones con Números Enteros, Areas y Probabilidad.

El material aporta recursos didácticos complementarios a los empleados por el profesor en su quehacer cotidiano, acercando a los alumnos y maestros al método del laboratorio de matemáticas, así como a la utilización de materiales manipulativos y modelos para la enseñanza de las matemáticas.

Las prácticas de laboratorio, estan orientadas a:

- \* Estimular a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.
- \* Favorecer la construcción de conceptos matemáticos.
- \* Fortalecer conceptos matemáticos.
- \* Integrar al grupo al trabajo armónico y colectivo.
- \* Mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Por supuesto, lo anterior sólo será alcanzable con la participación decidida del profesorado de matemáticas y sus experiencias obtenidas en las aulas.

CIMAT

AREA DE EDUCACION MATEMATICA

Alfinio Flores Peñafiel  
Jovita Lerma Rico  
Armando Martínez Cruz  
Francisco Mirabal García  
- 1987 -

## SUGERENCIAS GENERALES PARA EL PROFESOR EN LAS ACTIVIDADES DE LABORATORIO DE MATEMATICAS

1. El profesor deberá estar familiarizado sobre el uso de los materiales manipulativos o instrumentos de trabajo a emplear en cada actividad
2. Antes de realizar cualquiera de las actividades con el grupo, haga un ensayo personal. Analice la actividad dirigida al alumno -para conocer el desarrollo- y posteriormente la del profesor.
3. Considere cuestiones como: ¿Qué requisitos son necesarios antes de que los alumnos empleen los materiales? Las instrucciones son claras y pueden ser seguidas con facilidad? ¿Cuáles son algunos aspectos potencialmente problemáticos para el alumno y como pueden ser aclarados?
4. Prepare convenientemente a sus alumnos antes de la actividad. El tipo de preparación dependerá de los materiales a ser utilizados.
5. Asegurece de que los alumnos estan preparados para obtener experiencias provechosas con los materiales.
6. Indique verbalmente con la mayor precisión como se desarrollará la actividad y el manejo de los materiales.
7. Suministre suficiente orientación verbal para prevenir confusiones que puedan conducir a problemas de indisciplina.
8. Verifique se cuente con los materiales requeridos y disponibles en cantidad suficiente.

## CURSOS DE ACTUALIZACIÓN PARA MAESTROS DE MATEMÁTICAS

### Introducción.

El crecimiento continuo de la población en México, junto con la búsqueda de educación universal ha ocasionado una severa escasez de maestros. Esto ha ocurrido en todos los campos, pero principalmente en matemáticas. Además ha habido cambios drásticos en el contenido del área en secundaria, pues se manejan temas que anteriormente no abarcaba el programa de nivel medio. Aunado a todo lo anterior expuesto, las calculadoras y las computadoras están cambiando todo el concepto de lo que debe ser la educación matemática. Todos estos factores se suman para hacer necesarios los cursos de actualización para maestros de matemáticas en servicio.

La educación matemática es un área en la cual el conocimiento de la materia es indispensable. Sin embargo, el enseñar matemáticas es algo más que conocerlas y disfrutarlas. El maestro debe ser capaz de motivar a sus alumnos, guiarlos a descubrir ideas nuevas y evaluar sus progresos.

Las matemáticas con sus simbolismos abstractos, su organización secuencial, su estructura lógica y su variedad de aplicaciones, tiene problemas de aprendizaje únicos:

- Por un lado hay que memorizar hechos y practicar habilidades.
- Por el otro está el resolver problemas, probar teoremas y aplicar generalizaciones. El construir una estructura matemática requiere un alto nivel de pensamiento creativo.

Por lo tanto, el maestro de matemáticas necesita saber cómo enseñar conceptos, habilidades, pruebas y pensamiento productivo. El énfasis actual en los descubrimientos, resolución de problemas y actitudes, plantea problemas de adaptación y flexibilidad en el salón de clases, que requieren mucho más que una lección recitada.

La variedad de auxiliares didácticos que hay actualmente para el maestro de matemáticas se ha multiplicado durante los últimos años. El maestro deberá hacer una selección profesional para usar estos auxiliares en su clase y tomarlos como apoyo en el proceso enseñanza aprendizaje.

## Enriqueciendo la Instrucción Matemática con Actividades Creativas.

Las matemáticas son únicas en cuanto a las oportunidades que dan para el pensamiento creativo y original. Para promover la creatividad en el salón de clases el maestro debe reconocer, disfrutar y alentar todo tipo de comportamiento creativo. Igualmente los alumnos deben ser receptivos a los logros creativos de sus compañeros. Se pueden impulsar estas actividades haciendo disponibles materiales, tópicos, problemas, material de lectura que aliente la investigación y la exploración.

Los estudiantes creativos necesitan tiempo espacio y libertad para trabajar en proyectos, reportes y temas, individualmente o en grupos. También deben tener libertad para expresar sus ideas y para tratar de llevarlas a cabo.

El alumno debe sentir que posee cualidades que son reconocidas como valiosas por otros miembros de su grupo y sentir confianza suficiente en sus relaciones con los demás como para poder ser diferente y expresar sus propias opiniones.

Se tiende a bloquear la creatividad ignorando o rechazando respuestas imaginativas, preguntas irrelevantes o diferencias de opiniones, y se premia la memoria, habilidades y la información más que la originalidad. Generalmente se piden tareas, cursos y procedimientos específicos. Exploramos las ideas nuevas de manera formal con un libro de texto que contiene todos los resultados y reglas. En vez de esto, se necesita explorar nuevas ideas con un espíritu de aventura que muchas veces puede alejarnos del camino de los libros de texto. Finalmente no hemos creado exámenes que busquen respuestas originales y creativas.

Si a los estudiantes se les dan solamente hechos, reglas y maneras de resolver ejercicios, no tenemos razones para esperar creatividad. El alumno creativo encontrará una solución original, una extensión inteligente del problema o una explicación no convencional. El estudiante no creativo es aquel que aplica ciegamente las operaciones que ha aprendido, se da por vencido cuando el método que seleccionó no funciona; o no intenta un problema porque no encuentra una operación que pueda usar.

### Actitudes en el Salón de Matemáticas.

Muchas actitudes están bien desarrolladas antes de que el alumno entre a nuestra clase. Frecuentemente ha aprendido de sus padres, amigos, maestros o experiencias personales muchas actitudes hacia las

matemáticas. El desarrollo de actitudes es un aspecto tan importante de nuestra enseñanza que debe ser cultivado con un modelo. El estudiante con actitudes matemáticas apropiadas entrará de lleno a las actividades de aprendizaje porque es sensible a la materia. Donde quiera que los trabaja, encuentra placer en su contacto con ellas. Si sus actitudes están solo parcialmente desarrolladas participará en algunas situaciones y en otras no.

Muy seguido nuestra manera de enseñar matemáticas ha perdido su objetivo y ha dejado al alumno con un desagrado por las matemáticas más que un gusto por la materia. Es muy probable que gran parte del residuo que deja nuestra instrucción son las actitudes que hemos creado. Son estas las que influyen en la retención, estimulan a estudios subsecuentes e interesan a otros en el estudio de las matemáticas.

### **Programas Exitosos para Profesores.**

Algunas veces el contenido matemático de los programas en servicio lo decide el experto. Sin embargo a fin de tener programas exitosos se deben tener en cuenta las necesidades expresadas por los maestros. Los maestros prefieren programas que no sean demasiado teóricos y participar en cursos donde se elaboren materiales para usar en su clase.

Esto se confirma por el gran interés mostrado por los profesores en los talleres y sesiones que combinen contenido, métodos y materiales.

### **Laboratorio de Matemáticas.**

Los principales problemas a los que se enfrentan los profesores de matemáticas al impartir su materia son: que los alumnos no entienden, que sienten los objetivos alejados de sus intereses concretos, que se les habla de algo tan abstracto que resulta difícil su comprensión y que existe un rechazo a priori a hacia la materia, por considerarla como un impedimento para continuar con sus estudios. Y no les falta razón, pues las matemáticas son responsables, en parte, de los índices de reprobación y deserción existentes en los ciclos escolares.

Tomando en cuenta que el ser humano entiende primero las cosas que están a su vista, que toca y que ve, y después, cuando ya maneja las cuestiones práctico-intuitivas les da fundamentación y sustento, por ello se creó una alternativa que pudiera aminorar la problemática existente en el proceso enseñanza-aprendizaje de la materia, dando como resultado el Laboratorio de Matemáticas para maestros y alumnos de nivel medio.

Un laboratorio es un lugar o actividad donde los alumnos aprenden haciendo y no solo viendo u oyendo. El uso de los laboratorios mejora la habilidad de la enseñanza de maestros de matemáticas de nivel medio, dándoles un mejor entendimiento de los conceptos matemáticos y los estudiantes sienten que pueden aprender matemáticas por ellos mismos y perciben aspectos experimentales de la materia.

Las matemáticas tratan con conceptos abstractos y generalizados. La enseñanza del área debería promover el desarrollo de los conceptos más que un mero aprendizaje rutinario de hechos y reglas. Las abstracciones son importantes y todos los medios se deben usar para hacerlas tangibles.

La imaginación mental requerida para la formación de conceptos es adquirida mejor mediante ejemplos concretos. Los materiales manipulativos cuando son escogidos adecuadamente proporcionan esta experiencia de aprendizaje y promueven la comprensión de los conceptos.

Existe un gran incremento en el desarrollo conceptual y en las aplicaciones de conceptos en los alumnos que participan en el programa de laboratorio de matemáticas, comparados con otros estudiantes que no toman parte en él.

Los resultados logrados con la enseñanza del laboratorio de matemáticas no deben ser sorprendentes. El aprendizaje es mejor cuando los estudiantes están involucrados y activos mentalmente. En ellos los alumnos tienen una oportunidad de descubrir y llegar al conocimiento con mayor facilidad, pues se les dan actividades de aprendizaje que estimulan la comprensión de conceptos y principios matemáticos.

Un mejor aprendizaje no es el único producto del laboratorio de matemáticas. En éste el estudiante tiene la oportunidad de trabajar a su propio ritmo. Puede usar su propia creatividad e ingenio para satisfacer su propia curiosidad.

Los alumnos están sujetos mínimamente a perturbaciones emocionales, tales como frustración, desaliento o disgusto de las matemáticas, al reducir el verbalismo. El enfoque del laboratorio da mayores oportunidades a los alumnos de tener éxito.

### Conclusión.

Por todo lo expuesto anteriormente, podemos concluir que los programas en servicio basados en los laboratorios de matemáticas son un medio para mejorar la habilidad didáctica de los maestros de nivel medio y los alumnos que aprenden con el enfoque del laboratorio tienen la oportunidad de experimentar, descubrir y desarrollar una actitud positiva en vez de ansiedad con respecto a la materia.

Sin embargo, debe ser claro que el laboratorio de matemáticas no lo es todo. La enseñanza de la materia tiene tantos aspectos que un sólo método difícilmente puede cubrirlos todos. La penetración ganada en una sesión de laboratorio puede llegar a la comprensión, pero no es suficiente para producir habilidad, pues para desarrollar esta es necesario la práctica.

Aunque los estudios y experiencias más profundos sobre esta alternativa han sido realizados en otros países, actualmente, aunque en forma aislada, puede decirse que el laboratorio de matemáticas en México ha logrado su consolidación como proyecto de investigación y ha demostrado que es un intento serio y experimentado que merece atención por parte de aquellos que de alguna u otra manera están involucrados en la educación matemática.

TEMA: Suma y resta de enteros.

OBJETIVO: Realizar sumas y restas de números enteros empleando fichas de dos colores.

MATERIAL: 15 fichas azules, 15 fichas rojas, hojas de actividades.

INTRODUCCION: Las fichas azules serán usadas para representar enteros positivos y las fichas rojas representarán enteros negativos. Por ejemplo un conjunto de 5 fichas azules y un conjunto de 6 fichas rojas son modelos para los enteros 5 y (-6) respectivamente. (Ver figura 1).

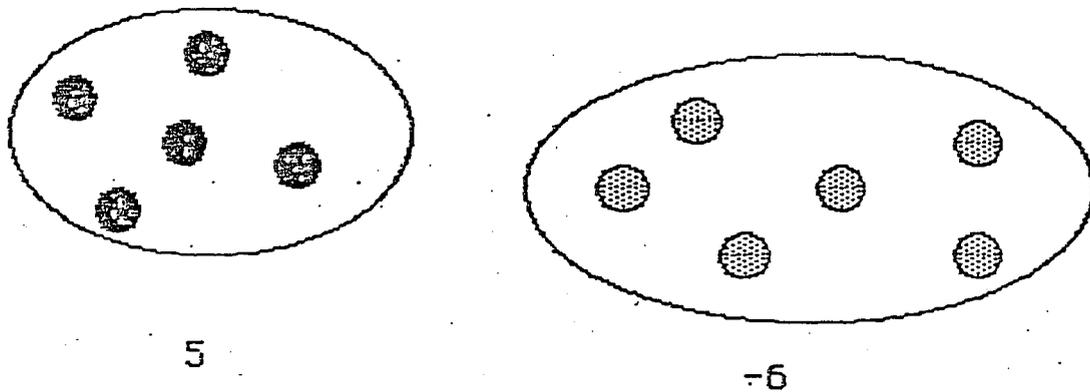


Fig. 1

Si acordamos que una ficha azul cancela a una ficha roja, cada entero puede ser representado de muchas maneras. La figura 2 muestra otra forma de representar los números 5 y -6.

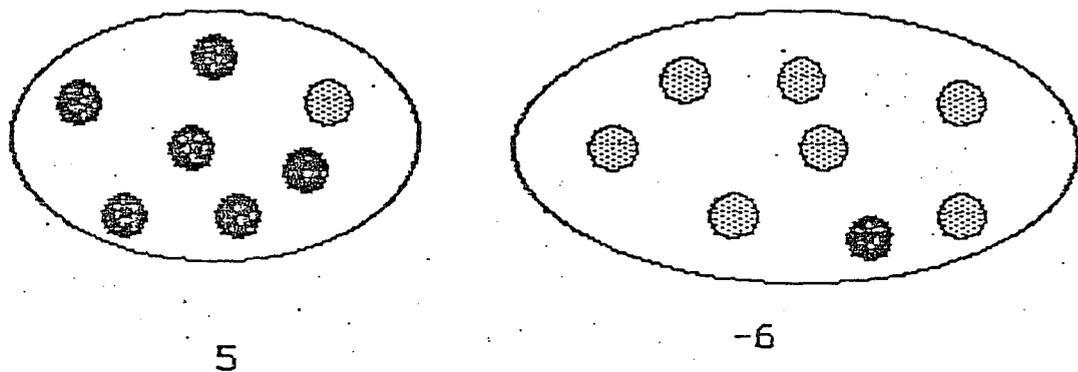


Fig. 2

Usa fichas de ambos colores para representar de dos formas distintas, los siguientes enteros. Anota el número de fichas que empleaste de cada color.

6 Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_      Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_

3 Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_      Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_

(-2) Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_      Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_

Si tuvieras una cantidad ilimitada de fichas rojas y azules. ¿ De cuántas maneras podrías representar un número entero ?

DESARROLLO:

1) Representación de Inversos Aditivos.

Las 3 fichas azules y las 3 fichas rojas de la figura 3 pueden ser puestas en correspondencia uno a uno, por lo tanto, las fichas azules cancelan a las rojas y el conjunto representa el número 0. Por esto decimos que 3 y -3 son inversos; es decir 3 es el inverso de -3, y -3 es el inverso de 3.

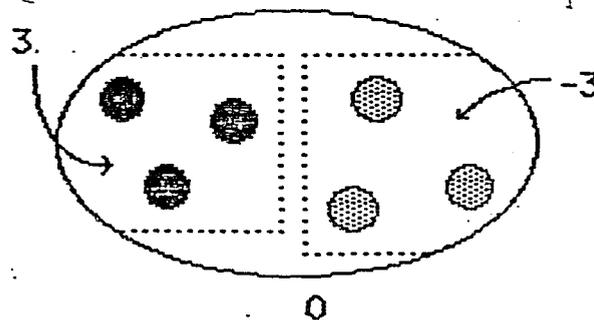


Fig. 3

Cada vez que un conjunto de fichas azules (entero positivo) y un conjunto de fichas rojas (entero negativo) pueden ponerse en correspondencia uno a uno, el entero positivo y el entero negativo que representan son inversos uno del otro y por lo tanto su suma es 0.

Usa las fichas para formar dos conjuntos diferentes que representen 0.

Anota en el espacio correspondiente, el número de fichas empleadas de cada color.

0: Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_      0: Rojas \_\_\_\_\_ Azules \_\_\_\_\_

### 2) Suma de Enteros Positivos.

El modelo usual para la suma de números naturales es unir los conjuntos que los representan. El modelo es usado en la figura 4 para ilustrar la suma de dos números naturales.

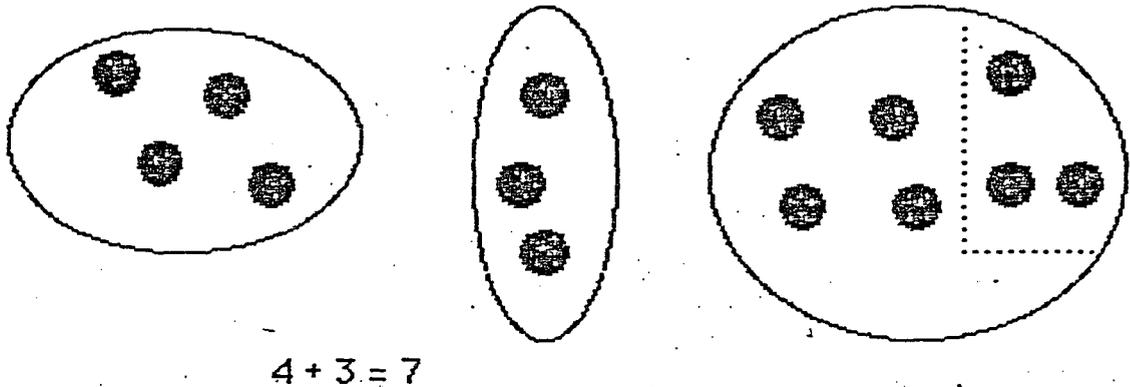


Fig. 4

Con la ayuda de tus fichas, ejecuta las siguientes operaciones:

$6 + 4 =$  \_\_\_\_\_

$1 + 10 =$  \_\_\_\_\_

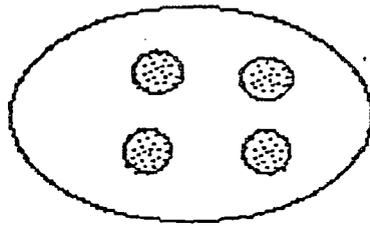
$3 + 9 =$  \_\_\_\_\_

$3 + 5 =$  \_\_\_\_\_

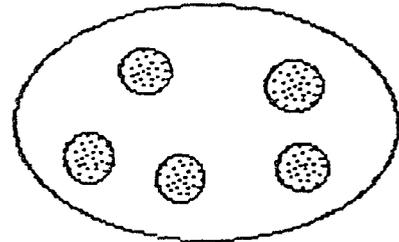
### 3) Suma de dos enteros negativos.

También es posible, realizar sumas de enteros negativos utilizando nuestras fichas. En esta ocasión, usaremos las rojas. En este caso también uniremos los conjuntos que representan a cada número.

Si queremos realizar  $(-4) + (-5)$ , representaremos cada sumando con las fichas:

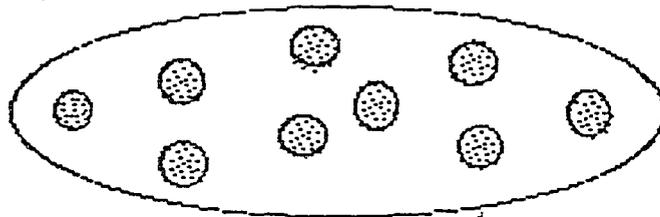


$(-4)$



$(-5)$

Y los unimos:



$(-4) + (-5) = (-9)$

Utiliza tus fichas para resolver las siguientes operaciones:

$(-4) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

$(-2) + (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

$(-1) + (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$

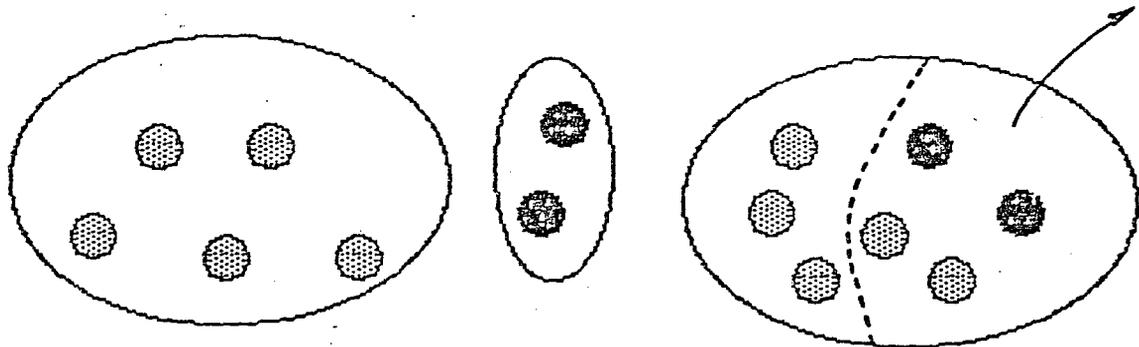
$(-4) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

$(-8) + (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

$(-2) + (-10) = \underline{\hspace{2cm}}$

4) Suma de dos enteros con signo distinto.

La figura 5 muestra cómo se pueden usar las fichas para calcular  $-5 + 2$ . La unión de los dos conjuntos es el tercero, que tiene 5 fichas rojas y 2 azules. Este conjunto representa  $-3$  ya que las fichas rojas se pueden cancelar con las fichas azules y quedan 3 fichas rojas sin cancelar.



$$-5 + 2 = -3$$

Fig. 5

Esta operación queda representada así:

$$(-5) + 2 = (-3) + (-2) + 2 = -3 + [(-2) + 2] = -3 + 0 = -3.$$

Con ayuda de tus fichas, calcula las siguientes sumas:

$$8 + (-4) = \underline{\quad\quad} \quad 11 + (-2) = \underline{\quad\quad} \quad 3 + (-2) = \underline{\quad\quad}$$

$$9 + (-1) = \underline{\quad\quad} \quad 7 + (-5) = \underline{\quad\quad} \quad 6 + (-6) = \underline{\quad\quad}$$

Ejercicios.

Con lo que has aprendido hasta aquí, resuelve las siguientes operaciones:

$$4 + (-7) = \underline{\quad\quad\quad\quad\quad} \quad (-5) + 2 = \underline{\quad\quad\quad\quad\quad}$$

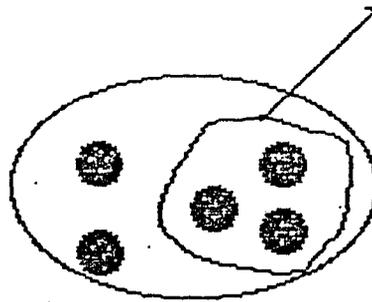
$$(-9) + 3 = \underline{\quad\quad\quad\quad\quad} \quad (-8) + 5 = \underline{\quad\quad\quad\quad\quad}$$

$$(-3) + 2 = \underline{\quad\quad\quad\quad\quad} \quad 4 + (-2) = \underline{\quad\quad\quad\quad\quad}$$

SEGUNDA PARTE.

Resta de Enteros.

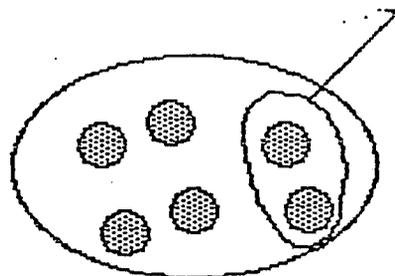
El modelo de "quitar" para la resta es el medio usual para introducir la resta de dos números naturales. Este modelo se usa con las fichas azules para calcular  $5 - 3$  en el primer ejemplo de la figura 6.1. La figura muestra 5 fichas azules y 3 que se quitan.



$$5 - 3 = 2$$

Fig. 6.1

El segundo ejemplo de la figura 6.2 muestra el uso del modelo de quitar con fichas rojas para ilustrar la resta de dos números negativos. Para calcular  $-6 - (-2)$ , cuenta 6 fichas rojas y quita 2 de ellas. Sobran 4 fichas, y así la resta es  $-4$ .



$$-6 - (-2) = -4$$

Fig. 6.2

Usa las fichas para calcular las siguientes restas:

$$\begin{aligned} (-5) - (-3) &= \underline{\quad} & (-6) - (-1) &= \underline{\quad} \\ (-4) - (-4) &= \underline{\quad} & 9 - 3 &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

Para calcular  $5 - 8$ , ¿cómo se pueden quitar 8 de 5? La figura 7 muestra cómo se puede hacer esto usando las fichas. El primer conjunto sólo tiene 5 fichas azules, así que usamos 3 fichas azules más junto con 3 fichas rojas para obtener el segundo conjunto. Ambos conjuntos representan el número 5, pero el segundo conjunto tiene 8 fichas azules. El tercer conjunto muestra que se quitan las 8 fichas azules y que quedan 3 fichas rojas. Por lo tanto,  $5 - 8 = -3$ .

El proceso de cambiar del primer conjunto al segundo para obtener una representación más conveniente de 5 ilustra el uso de las propiedades del idéntico aditivo y del inverso aditivo.

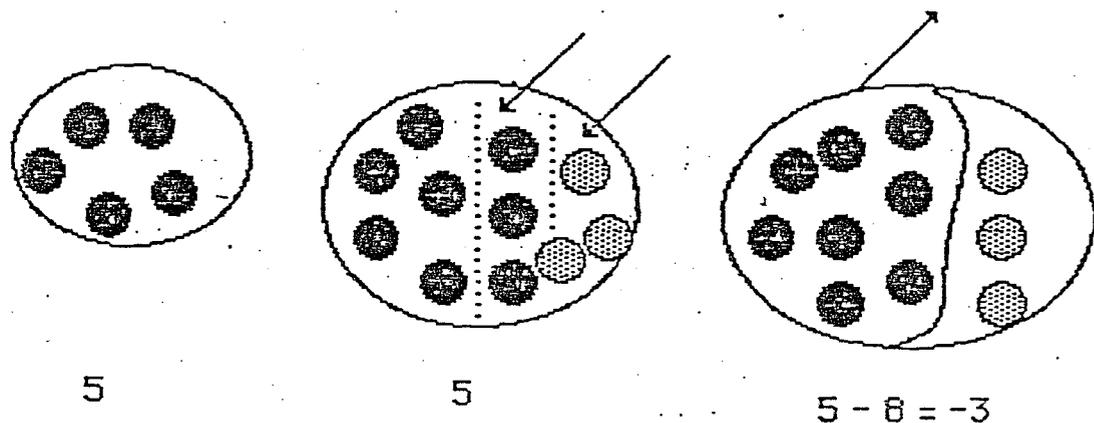


Fig. 7

Las siguientes ecuaciones son una descripción matemática de este proceso. Nota que el  $(3 + (-3))$  en la segunda ecuación corresponde a las 3 fichas azules y 3 fichas rojas extra que se usaron en el segundo conjunto.

$$\begin{aligned} 5 - 8 &= (5 + 0) - 8 \\ &= 5 + (3 + (-3)) - 8 \\ &= 5 + 3 + (-3) - 8 \\ &= 8 + (-3) - 8 \\ &= 8 - 8 + (-3) \\ &= -3 \end{aligned}$$

Con la ayuda de las fichas encuentra el resultado de las operaciones indicadas:

$3 - 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 - 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 - 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

$1 - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3 - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

La figura 8 muestra otro ejemplo de sustracción. Para calcular  $6 - (-2)$ , se ha cambiado el primer conjunto por el segundo usando 2 fichas rojas y 2 fichas azules extra. Ahora es posible quitar 2 fichas rojas del segundo conjunto. El tercer conjunto muestra que se quitan 2 fichas rojas y que quedan 8 fichas azules.

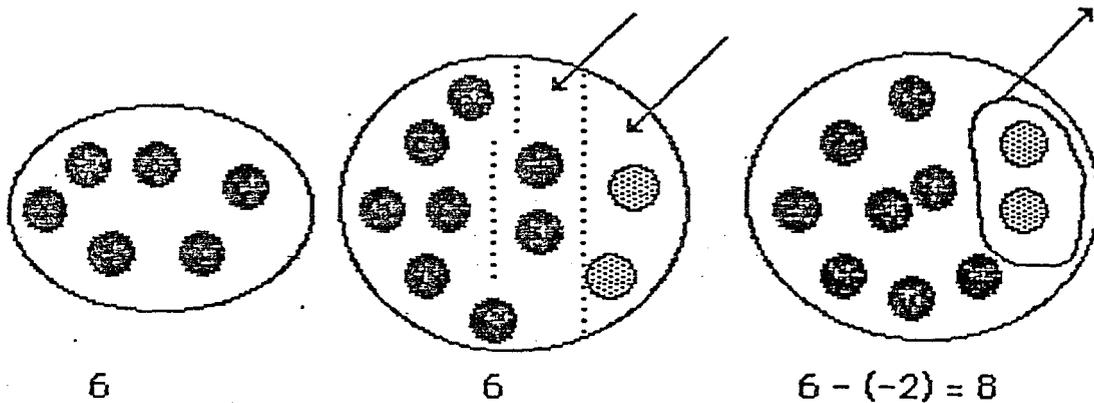


Fig. 8

Calcula la resta  $(-3) - 2$  usando las fichas. Primero cuenta 3 fichas rojas para representar  $-3$ . Luego, representa  $-3$  poniendo 2 fichas azules y 2 fichas rojas más junto con las 3 rojas.

Usa las fichas para calcular las siguientes restas:

$5 - (-2) = \underline{\hspace{1cm}}$

$(-3) - 2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$(-3) - (-4) = \underline{\hspace{1cm}}$

## CONCLUSIONES.

1. Has representado enteros usando fichas. Esta representación no es única.

Por ejemplo:  $2 = 7 + (-5) = 10 + (-8) = 4 + (-2)$

2. La representación de los enteros de distintas formas es debida a que en los enteros tenemos el cero. El cero se conoce como neutro aditivo, porque sumado a cualquier número, nos da el mismo número.

Por ejemplo:  $7 + 0 = 7$   
 $0 + (-2) = -2$   
 $3 - 0 = 3.$

3. Para cada entero, podemos encontrar otro entero de modo que su suma sea cero. Estos números se conocen como inversos aditivos.

Por ejemplo:

El inverso aditivo de  $(-3)$  es  $3$ , porque  $(-3) + 3 = 0$

4. La resta se puede sustituir por una suma algebraica.

Por ejemplo:

$3 - 5 = 3 + (-5)$   
 $10 - 4 = 10 + (-4)$

5. La suma tiene la propiedad conmutativa, es decir, el orden de los sumandos no altera el total.

Por ejemplo:

$5 + 3 = 3 + 5 = 8$  o también,  
 $10 - 4 = 10 + (-4) = (-4) + 10 = 6$

6. La resta de enteros no es conmutativa. No es lo mismo:  $a - b$  que  $b - a$ .

Por ejemplo:

$a - b$  es diferente de  $b - a$ , si  $a=0$  y  $b=4$

$0 - 4 = -4$ , pero  $4 - 0 = 4$ .

TEMA: Areas y Fórmulas

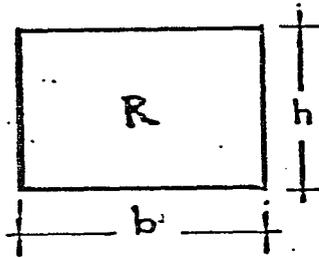
OBJETIVO: Deducir fórmulas para calcular el área de figuras geométricas dadas.

MATERIALES: Tijeras, pegamento, 1/8 de cartulina, hojas de actividades, escuadras.

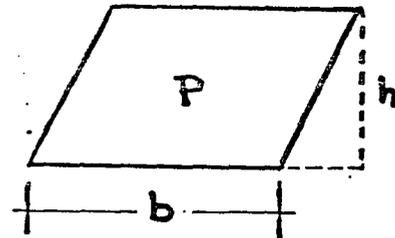
INTRODUCCION: Dada la fórmula del área de un rectángulo R, de base  $b$  y altura  $h$ :  $\text{Área} = b \times h$ , deducirás las fórmulas para el área, correspondientes a un paralelogramo, un triángulo y un trapecio.

DESARROLLO: Pega sobre cartulina y recorta las figuras geométricas que aparecen en la hoja 6, para obtener el material que se ilustra a continuación y que utilizarás en el desarrollo de la actividad:

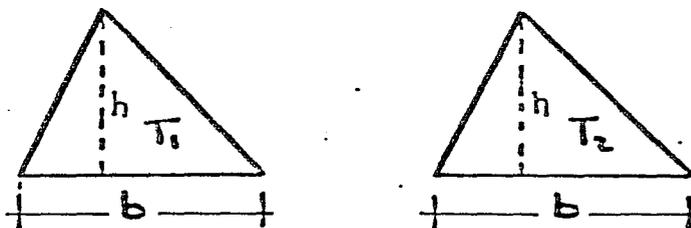
Un rectángulo R de base  $b$  y altura  $h$ :



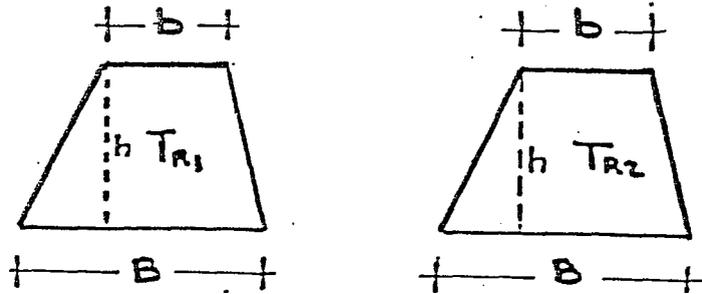
Un paralelogramo P de base  $b$  y altura  $h$ :



Dos triángulos congruentes  $T_1$  y  $T_2$  de base  $b$  y altura  $h$ :



Dos trapezios congruentes  $T_{R1}$  y  $T_{R2}$  de base mayor  $B$ , base menor  $b$  y altura  $h$ :



1. Deduce primero la FORMULA PARA EL AREA DE UN PARALELOGRAMO:

El paralelogramo  $P$ , que previamente has recortado, está marcado con una línea punteada perpendicular a su base. Cortalo por la línea punteada para obtener dos secciones de éste.

¿Es posible formar un rectángulo con las dos secciones? Veamos.

Acomoda ambas partes convenientemente de modo que obtengas un rectángulo.

¿Es igual el área del paralelogramo arreglado al área del rectángulo  $R$ ?

Verificalo colocando el paralelogramo arreglado, encima del rectángulo  $R$ .

¿Qué puedes concluir respecto del área del paralelogramo  $P$  y del rectángulo  $R$ ?

Puesto que no hay diferencia entre ambas áreas y como el área del rectángulo  $R$  es  $A = b \times h$ , Cuál es el área del paralelogramo  $P$ ?

Escribe la fórmula:  $A =$  \_\_\_\_\_

2. Ahora determina la FORMULA PARA EL AREA DE UN TRIANGULO:

Toma los dos triángulos congruentes  $T_1$  y  $T_2$ , efectua un arreglo con ambos de modo que obtengas un paralelogramo.

Escribe las dimensiones del paralelogramo obtenido, considerando las dimensiones  $b$  y  $h$  de los triángulos que lo forman:

Base = \_\_\_\_\_ Altura = \_\_\_\_\_

Usando lo aprendido en la sección anterior el área del paralelogramo es:

$$A = b \times h$$

Ahora, como puedes observar, el área del paralelogramo es el doble del área del triángulo  $T_1$  y de  $T_2$ .

Si queremos determinar únicamente el área de uno de los triángulos, entre que cantidad habrá que dividir el área del paralelogramo? \_\_\_\_\_

Por lo tanto, el área de un triángulo de base  $b$  y altura  $h$  es:

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Por último, determina la FORMULA PARA EL AREA DE UN TRAPECIO:

Toma los trapecios  $T_{x1}$  y  $T_{x2}$ .

¿Es posible formar con ellos un paralelogramo? \_\_\_\_ ; Hazlo!

Si las dimensiones de cualquiera de los trapecios son :

Base mayor  $B$ , base menor  $b$  y altura  $h$ ,

escribe las dimensiones del paralelogramo que ambos forman:

Base = \_\_\_\_\_

Altura = \_\_\_\_\_

Usando lo aprendido en la primera sección, el área de este paralelogramo es:

$$A = (B + b) \times h$$

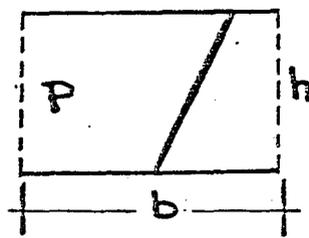
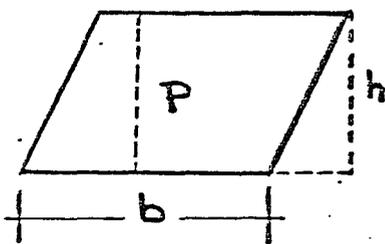
Ahora contesta: Para determinar el área de uno de los trapecios, sólo hay que dividir entre \_\_\_\_\_ el área del paralelogramo formado por ambos.

Por consiguiente, el área de un trapecio de base mayor  $B$ , base menor  $b$  y altura  $h$  es:

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

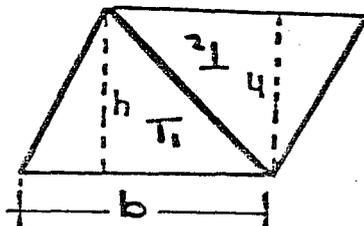
CONCLUSIONES

1. El método empleado se basa en el conocimiento de la fórmula para calcular el área de un rectángulo, ya que a partir de ésta se obtiene la fórmula para el área del paralelogramo.
2. El área de un paralelogramo de base  $b$  y altura  $h$  es  $b \times h$ , lo cual se puede ver acomodando las partes de un rectángulo de base  $b$  y altura  $h$ .



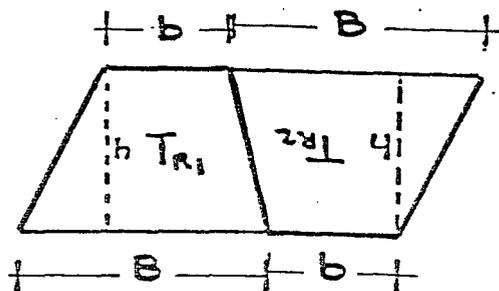
AREA DEL  
 PARALELOGRAMO:  
 $A = b \times h$

3. De la fórmula del área del paralelogramo, se obtuvo la del triángulo, pues dos triángulos congruentes de base  $b$  y altura  $h$  forman un paralelogramo de base  $b$  y altura  $h$ .



AREA DEL  
 TRIANGULO:  
 $A = (b \times h) / 2$

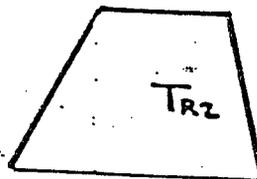
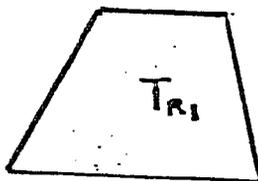
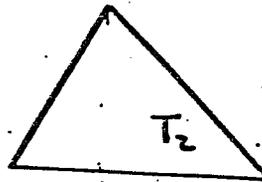
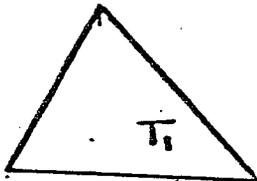
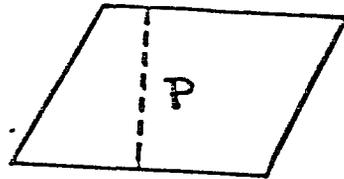
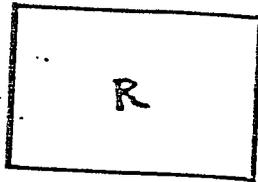
4. Dos trapecios congruentes de base mayor  $B$ , base menor  $b$  y altura  $h$ , forman un paralelogramo de base  $(B + b)$  y altura  $h$ .



El área de un trapecio es por lo tanto:  $A = [(B + b) \times h] / 2$

5. La manera en como se obtuvo la fórmula para el área del triángulo, así como la del trapecio, las hace válidas para cualquier clase de triángulo, así como para cualquier trapecio.
  
6. La idea central que se ha desarrollado para obtener cada una de las fórmulas planteadas, te permite sin necesidad de memorizarlas, deducirlas cuantas veces te sea necesario.

PEGA SOBRE UNA CARTULINA Y RECORTA LAS FIGURAS GEOMETRICAS DADAS,  
LUEGO CONTINUA CON EL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD.



- TEMA: Factorización.
- OBJETIVO: Determinar los números primos menores que 100.
- MATERIAL: Hoja de actividades. Lápiz. Regla.
- INTRODUCCION: En los números naturales mayores que 1, hay números que sólo son divisibles entre ellos mismos y la unidad. Estos números se conocen como números primos. En esta actividad determinaremos en una tabla de números naturales, los números primos menores que 100, eliminando aquellos que tienen divisores distintos de sí mismo y la unidad.

Las instrucciones que están a continuación realízalas en la tabla de números que está en la página 4 de la actividad. Desprende la página 4.

Instrucciones:

1. Encierra el 2 en un círculo.  
Localiza los múltiplos de 2. Traza tres líneas rectas verticales que crucen estos múltiplos excepto el 2.

Por qué los múltiplos de dos que son los números tachados no pueden ser primos?

Todo número es divisible entre sí mismo y la unidad, pero además los múltiplos de 2, se pueden dividir entre 2. Por lo tanto, no pueden ser primos.

2. Encierra el 3 en un círculo.  
Localiza los múltiplos de 3. Algunos de ellos ya fueron tachados. Marca una línea recta vertical que cruce a los restantes, excepto el 3.

CONCLUSIONES:

1. Un algoritmo es un método general que proporciona una serie de pasos que conducen a la solución de un problema dado. En esta actividad has hecho uso de un algoritmo para determinar los primos menores que 100. Este algoritmo consiste de las 5 instrucciones que se han dado.
2. Al eliminar en cada instrucción los múltiplos de un número, estás quitando los números que no pueden ser primos, porque tienen divisores distintos de sí mismos y de la unidad.
3. Cuando un número  $a$  es múltiplo de un número  $b$ ,  $b$  es divisible entre  $a$ , (es decir, el residuo al dividir  $b$  entre  $a$  es cero). Por ejemplo, 60 es múltiplo de 2, 3 y 5. Por lo tanto es divisible entre 2, 3 y 5. Así que:

$$(60/2) = 30, (60/3) = 20 \text{ y } (60/5) = 12.$$

Pero además, 2, 3 y 5 son factores de 60, es decir aparecen en su factorización:

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

4. Un número primo es un número cuyos UNICOS divisores son el mismo y la unidad. Así que los números encerrados en círculo son los números primos menores que 100.
5. Los números que no son primos se conocen como compuestos y se pueden factorizar, en términos de los primos. Por ejemplo:

$$12 = 2 \times 2 \times 3, \text{ o bien } 84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7.$$

Por lo tanto 12 y 84 son números compuestos.

TABLA PARA DETERMINAR NUMEROS PRIMOS.

2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31
32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43
44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61
62	63	64	65	66	67
68	69	70	71	72	73
74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85
86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97
98	99	100			

TEMA: Suma y Resta de números enteros.

OBJETIVO: Resolver sumas y resta de números enteros empleando una regla de cálculo.

MATERIALES: Tijeras.  
Pegamento.  
1/32 de hoja de cartulina.  
2 regletas de números enteros.

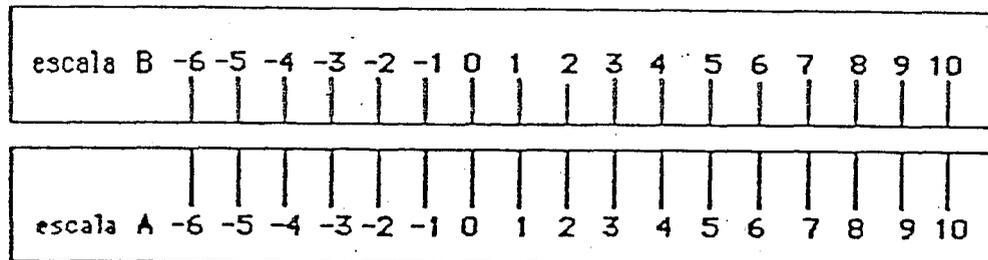
-Se te proporciona una plantilla en la hoja 7 para que pegues, recortes y obtengas tus regletas de cálculo con mayor facilidad-

INTRODUCCION:

En esta actividad realizarás operaciones básicas de suma y resta con el conjunto de los números enteros que como recordarás se compone de enteros negativos, positivos y el cero.

DESARROLLO:

Para ello emplearemos dos regletas como las que se muestran abajo, nombradas con las letras A y B. Cada una representa la recta numérica.



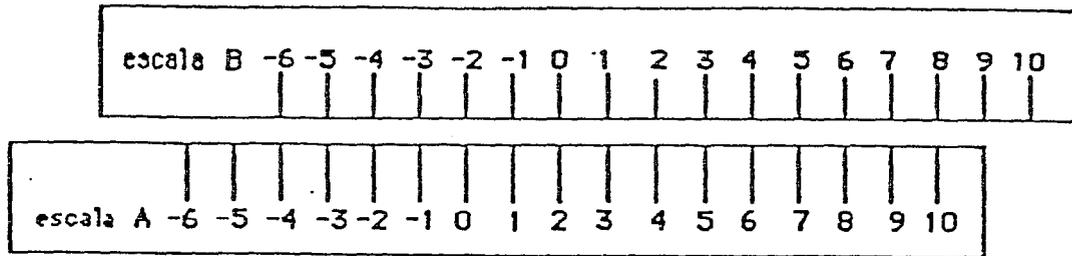
Estas regletas con idéntica escala, serán utilizadas para efectuar operaciones como a continuación se describe.

1er.Caso: Suma de dos números enteros positivos:  $(+a) + (+b)$

Observa como se pueden usar las regletas para obtener la suma  $(+2) + (+3)$

a) Coloca tus dos regletas en la posición que muestra la figura de arriba.

b) Mueva la escala B a la derecha hasta que el cero de la escala B quede exactamente arriba del 1er. sumando que es (+2) en la escala A. Observa la figura que aparece a continuación.



c) Localiza el 2o. sumando (+3) en la escala B. Directamente abajo de 3 de la escala B, aparece 5 en la escala A, o sea el resultado de  $(+2) + (+3) = 5$ ,

Como observaste en el ejemplo anterior la escala A permanece fija y la que se mueve es la escala B.

Resumiendo, en la escala A ubicas el 1er. sumando que en este caso fué 2 y colocas el cero de la escala B exactamente arriba del 1er. sumando. En la escala B localizas el 2o. sumando y abajo de él en la escala A encuentras el resultado.

Ahora vas a calcular la suma de  $(+5) + (+4)$

¿Cuál regleta permanece fija? \_\_\_\_\_

¿Arriba de qué número de la escala A ubicas el cero de la escala B? \_\_\_\_\_

¿Qué número representa el 2o. sumando? \_\_\_\_\_

Si localizas en la escala B el 2o. sumando ¿Qué número de la escala A queda exactamente abajo de él? \_\_\_\_\_

¿Cuál es el resultado que encontraste? \_\_\_\_\_

Si tú resultado es 9, es correcto, en caso contrario revisa el manejo de tus regletas nuevamente.

Con la ayuda de tus regletas calcula el resultado de las siguientes operaciones:

$(+1) + (+6) =$  \_\_\_\_\_

$(+3) + (+3) =$  \_\_\_\_\_

$(+4) + (+1) =$  \_\_\_\_\_

$(+5) + (+2) =$  \_\_\_\_\_

$(+8) + (+2) =$  \_\_\_\_\_

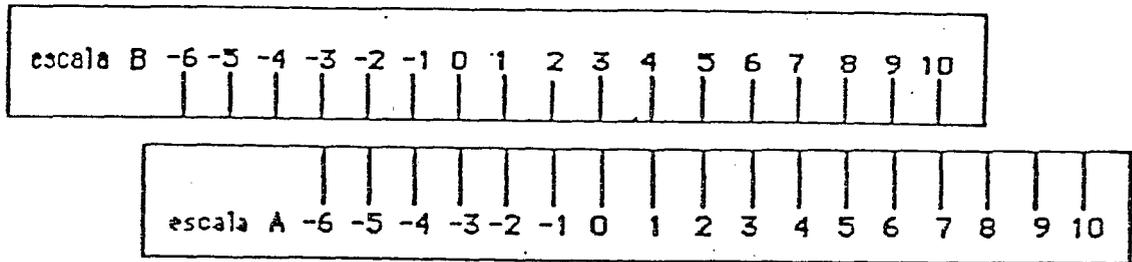
$(+6) + (+3) =$  \_\_\_\_\_

2o. Caso: Suma de dos números enteros negativos:

Observa el manejo de las regletas para obtener la suma  $(-3) + (-2)$

- a) Coloca tus regletas en posición para iniciar.
- b) Mueve la escala B a la izquierda hasta que el cero de la escala B quede exactamente arriba del 1er. sumando que es  $(-3)$  en la escala A.

Observa la siguiente figura.



- c) Localiza el segundo sumando que es  $(-2)$  en la escala B. Directamente abajo del  $-2$  de la escala B, aparece  $-5$  en la escala A, o sea el resultado de  $(-3) + (-2) = -5$ .

Ahora vas a calcular la suma  $(-2) + (-4)$

¿Cuál es el 1er. sumando? \_\_\_\_\_

¿Arriba de qué número de la escala A ubicas el cero de la escala B? \_\_\_\_\_

Si localizas en la escala B el 2o sumando.

¿Qué número de la escala A queda exactamente abajo de él? \_\_\_\_\_

¿Cuál es el resultado encontrado? \_\_\_\_\_

Si el resultado que encontraste es  $-6$ , es correcto.

Empleando la regla de cálculo obten el resultado de las operaciones que a continuación se te presentan.

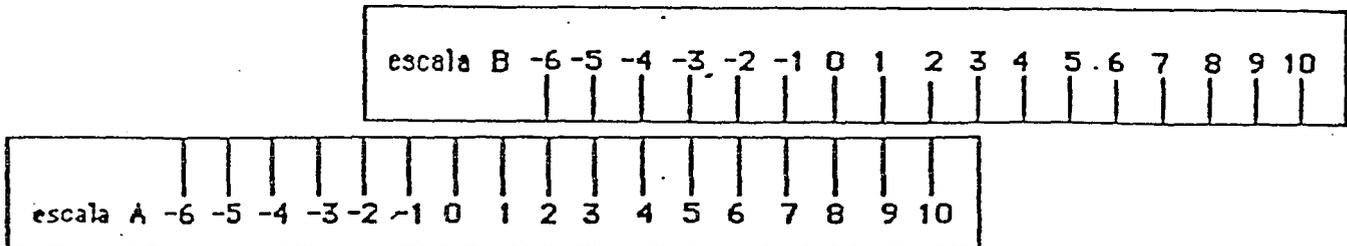
$(-2) + (-1) =$ _____	$(-1) + (-3) =$ _____
$(-3) + (-3) =$ _____	$(-2) + (-2) =$ _____
$(-4) + (-2) =$ _____	$(-5) + (-1) =$ _____

3er. Caso: Suma de dos números enteros con diferente signo:

Parte I:

También puedes usar tus regletas para obtener la suma  $(+8) + (-5)$

- Coloca tus regletas en posición para iniciar.
- Mueve la escala B a la derecha hasta que el cero de la escala B quede arriba del 1er. sumando que es  $(+8)$  en la escala A.



- Localiza el 2o. sumando  $(-5)$  en la escala B Directamente abajo  $-5$  de la escala A, o sea la suma de  $(+8) + (-5) = 3$ .

Cálcula la suma de  $(+4) + (-1)$  con la ayuda de tus regletas.

¿Cuál es el 1er. sumando? \_\_\_\_\_.

¿Arriba de qué número de la escala A ubicas el cero de la escala B? \_\_\_\_\_.

Al localizar el 2o sumando en la escala B.

¿Qué número de la escala A queda exactamente abajo de él? \_\_\_\_\_.

¿Cuál es el resultado de la operación? \_\_\_\_\_.

Si utilizaste tus regletas correctamente el resultado debe ser 3.

¿Cuál es el resultado de las siguientes operaciones? Emplea la regla de cálculo.

$(+3) + (-3) =$  \_\_\_\_\_

$(+6) + (-5) =$  \_\_\_\_\_

$(+5) + (-2) =$  \_\_\_\_\_

$(+8) + (-2) =$  \_\_\_\_\_

$(+3) + (-1) =$  \_\_\_\_\_

$(+10) + (-6) =$  \_\_\_\_\_

PARTE II:

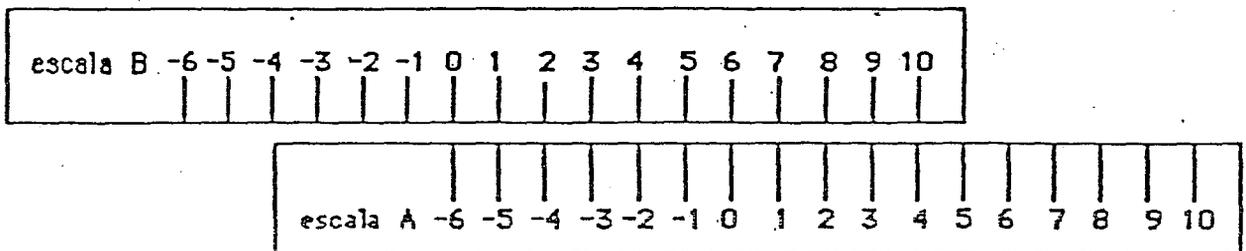
Con la técnica aprendida resuelve las siguientes operaciones, empleando la regla de cálculo.

$(-6) + (+1) =$ _____	$(-4) + (+2) =$ _____
$(-3) + (+5) =$ _____	$(-5) + (+3) =$ _____
$(-3) + (+2) =$ _____	$(-2) + (+1) =$ _____

40. Caso: Resta de dos números enteros  $(-a)-b$ .

Con la ayuda de tus regletas resuelve  $(-4) - 2$

- Acomoda tus regla de cálculo en posición para iniciar.
- Mueve la escala B hasta que el dos quede arriba del  $-4$  de la escala A.
- localiza el 0 en escala B.
- Lee la respuesta en la escala A, directamente abajo del 0 de la escala B tal como se muestra en la siguiente figura.



¿Es tu respuesta  $-6$  ? Correcto.

Resuelve las siguientes operaciones con la regla de cálculo.

$(-4) - 1 =$ _____	$(-3) - 2 =$ _____
$(-1) - 2 =$ _____	$(-5) - 1 =$ _____
$(-2) - 2 =$ _____	$(-1) - 3 =$ _____

¿De que otra forma se puede utilizar la regla de cálculo para encontrar la diferencia  $(-4) - 2$  ?

Investígalo.

**CONCLUSIONES:**

1. La actividad que has realizado te ha permitido asociar las regletas con la recta numérica.
2. Aprendiste a obtener el resultado de una suma de dos cantidades utilizando una regla de cálculo.
3. Las regletas ahora utilizadas están numeradas a partir de -6 hasta 10, pero para obtener algunos otros resultados se puede ampliar en número de divisiones de las regletas, en sentido negativo como positivo.

**NOTA:**

En el desarrollo de la unidad hemos empleado paréntesis para que distingamos los siguientes elementos.

a) El signo del número. Ejemplo (+3), (-2), etc.

b) El signo de operación. Ejemplo (+3) + (-2)

Sin embargo es conveniente aclarar que en alguno de los casos se puede eliminar el parentesis. Por ejemplo:

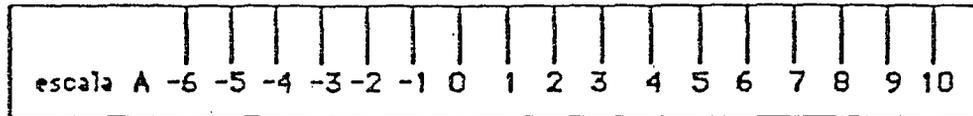
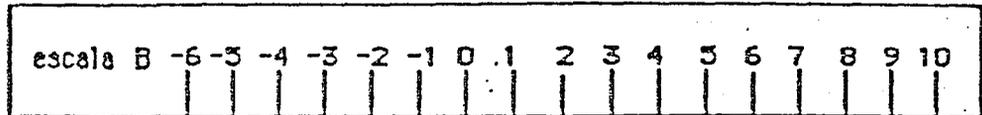
$$(+2) + (+3) = 2 + 3$$

$$(-6) + (+1) = -6 + 1$$

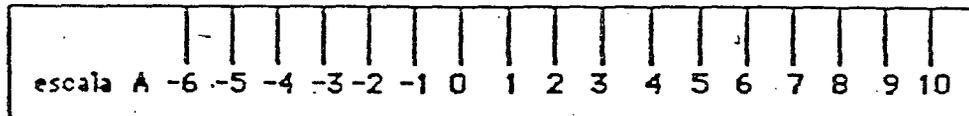
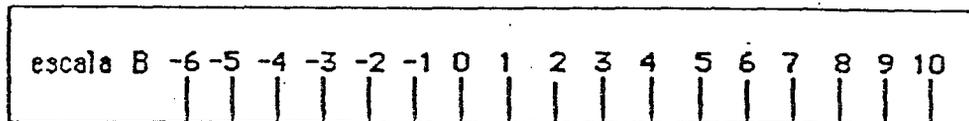
Lo anterior no significa que se hayan alterado las operaciones ya que siguen representando sumas de enteros.

Lo importante es distinguir cuando el signo corresponde al número y cuando a la operación.

PEGA LA REGLA DE CALCULO SOBRE UNA CARTULINA Y  
RECORTA AMBAS TIRAS (Escala A y Escala B).



PEGA LA REGLA DE CALCULO SOBRE UNA CARTULINA Y  
RECORTA AMBAS TIRAS (Escala A y Escala B).



SEGUNDA PARTE.

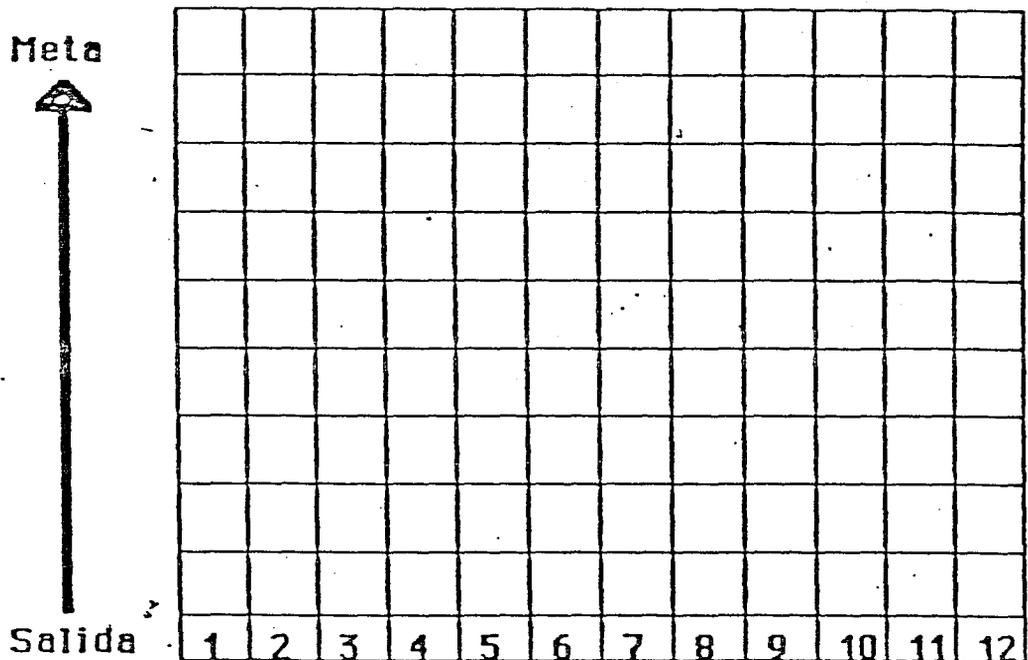
1) Vamos a simular ahora la carrera usando la tabla de números aleatorios. Nota que en ésta aparecen los números del 1 al 6, o sea los posibles resultados de los dados. Los números que aparecen simulan el experimento de arrojar un dado muchas veces

Para utilizar la tabla, cierra los ojos y señala con el lápiz un lugar de ésta. Marca ese número y el siguiente. Después marca los números por pareja en el orden en que aparecen en la tabla.

Los números tomados por parejas se suman. Marca una casilla en el carril correspondiente a la suma. Continúa el proceso hasta que en un carril se tengan marcadas 9 casillas.

ESCOGE UN CARRIL

¡ARRANCAN!





Es conveniente escoger el carril 1 ? \_\_\_\_\_

¿Por qué ? \_\_\_\_\_

¿Cuáles números tienen más probabilidad de ganar ? ¿ Los de las orillas 2 ó 12 o los del centro 6, 7, 8 ? \_\_\_\_\_

¿ Hay un caballo que tenga más probabilidad de ganar que la de cualquier otro ? \_\_\_\_\_

Compara el resultado de tu carrera con los de algunos compañeros.

¿Qué conclusiones puedes sacar ? \_\_\_\_\_

2) Completa la tabla indicando de cuántas maneras se puede obtener una suma con dos dados. Por ejemplo, la suma 4 se puede obtener si los dados marcan 1,3 ó 2,2 ó 3,1.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
			1,3								
		2,2									
		3,1									

De acuerdo con la tabla. ¿Cuál es el favorito ? \_\_\_\_\_

¿Gana siempre el favorito ? \_\_\_\_\_

3) Haz la carrera más corta, hasta tres casillas únicamente.

Meta



Salida

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

¿Esperas que el favorito gane más seguido o menos seguido ?

-----

Compara el resultado de tu carrera con las de algunos de tus compañeros.

4) ¿Qué pasaría si la carrera fuera muy larga, por ejemplo de 50 casillas ?

-----

¿Esperarías que el favorito ganara más seguido ? ¿O menos seguido ?

-----

### CONCLUSIONES

El número 7 tiene la mayor probabilidad de salir como la suma de lo que marcan dos dados. Esto lo hace el favorito en la carrera. Sin embargo no siempre gana el 7. Si la carrera se hace más corta, se vuelve más impredecible el posible ganador.

Para una carrera de 9 casillas es muy poco probable que gane uno de los carriles extremos 2 ó 12. Es más probable que ganen los del centro: 5, 6, 7, 8 ó 9.

Mientras más larga sea la carrera, se puede predecir con más seguridad que los números centrales aparecerán con más frecuencia que los de los extremos.

En los fenómenos aleatorios, aunque no podemos predecir el resultado de un experimento, sí podemos para un número grande de experimentos saber cómo será aproximadamente la distribución de los resultados.

TABLA DE NUMEROS ALEATORIOS

2 4	3 6	1 4	2 1	2 3	5 2	6 4	1 2
5 2	3 6	1 5	5 4	3 1	5 5	3 4	1 2
1 4	1 1	6 5	2 4	3 1	3 6	4 1	1 5
5 5	2 1	6 6	4 5	4 6	6 3	4 4	3 1
1 2	4 1	4 1	2 6	3 5	5 4	6 5	5 3
5 4	4 3	3 4	3 5	5 6	6 2	6 6	1 4
1 4	1 1	1 2	6 4	2 4	1 6	3 3	4 2
5 6	6 5	6 6	5 3	4 6	3 2	1 1	1 5
3 2	4 1	5 5	6 2	4 2	3 3	3 2	2 6
3 3	6 3	2 2	3 5	5 6	6 2	4 1	4 1
4 2	2 6	3 2	5 2	2 4	1 6	4 2	1 4
1 6	4 1	1 1	1 2	4 2	6 3	5 1	2 2
5 6	5 6	6 1	5 4	4 2	5 1	4 4	4 5
1 2	3 1	4 3	6 1	5 6	3 3	3 3	5 2
2 2	1 1	2 5	3 2	6 6	6 4	4 1	2 2
5 1	3 3	5 1	4 4	5 4	5 6	1 6	3 6
4 4	5 5	5 2	5 3	1 6	4 6	5 2	3 1
5 3	6 5	2 2	2 2	2 4	1 3	4 5	3 4

TEMA:

Suma y resta de enteros.

OBJETIVO PARTICULAR:

Realizar sumas y restas empleando un modelo concreto.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

El alumno:

Obtendrá distintas representaciones de un mismo número entero.

Representará inversos aditivos de números enteros.

Representará y usará propiedades del neutro aditivo.

Realizará sumas de dos enteros positivos.

Realizará sumas de dos enteros negativos.

Realizará sumas de dos enteros con signos distintos.

Realizará restas de enteros.

MATERIAL:

Se especifica en la hoja del alumno. Para cualquier aclaración el profesor puede auxiliarse de trazos en el pizarrón.

PRERREQUISITOS:

Correspondencia uno a uno entre dos conjuntos.

DESARROLLO:

Mediante un modelo manipulativo que consiste en fichas, se representan enteros, -las fichas azules representan enteros positivos y las fichas rojas representan enteros negativos-.

La recapitulación de los subtemas es la siguiente:

1. Representación de enteros positivos y negativos. Usando la propiedad del cero, se obtienen otras representaciones.
2. Propiedades del cero e inversos aditivos.
3. Sumas de dos enteros positivos, de dos enteros negativos y de dos enteros con signo distinto.

Para realizar estas operaciones se unen los dos conjuntos que representan a cada sumando. Además, en el caso de dos enteros con distinto signo, se utiliza el neutro aditivo para realizar la suma.

En la segunda parte de la actividad, se desarrolla cómo restar dos enteros. Para realizar estas operaciones se usan el modelo de "quitar fichas".

En caso de que el minuendo esté representado por menos fichas que el sustraendo, se utilizan las distintas representaciones de un entero, que se mencionaron en la primera parte de la actividad.

En esta segunda parte, se describe el proceso matemáticamente, usando la propiedad asociativa de la suma, el neutro aditivo e inversos aditivos.

Todo lo anterior se ha ilustrado en la actividad dirigida al alumno a efecto de que una vez que asimile las ideas matemáticas planteadas a través de la manipulación de las fichas, resuelva los ejercicios planteados.

#### FORMULANDO REGLAS PARA LA SUMA

Empleando las fichas para calcular sumas de enteros, el alumno tiene la oportunidad de desarrollar bajo la orientación del profesor, las reglas correspondientes para la suma.

Por ejemplo, se pueden hacer dos observaciones en los cálculos que se presentan en la figura 5 contenida en la actividad del alumno.

Primero: Hay más fichas rojas en el primer conjunto que fichas azules en el segundo, y por lo tanto, cuando se hacen corresponder las fichas azules con las rojas, hay algunas rojas que sobran.

Segundo: el número de fichas rojas que sobran es  $5 - 2$ . Por tanto sobrarán 3 fichas rojas, significando esto que  $-5 + 2 = -3$ . En otras palabras, el alumno puede aprender de éste y otros ejemplos semejantes, que la suma de un número natural y un entero negativo se pueden determinar restando dos números naturales y usando el signo apropiado en el resultado.

De manera similar, la regla para sumar dos números negativos se puede formular empleando fichas rojas.

## FORMULANDO REGLAS PARA LA SUSTRACCION

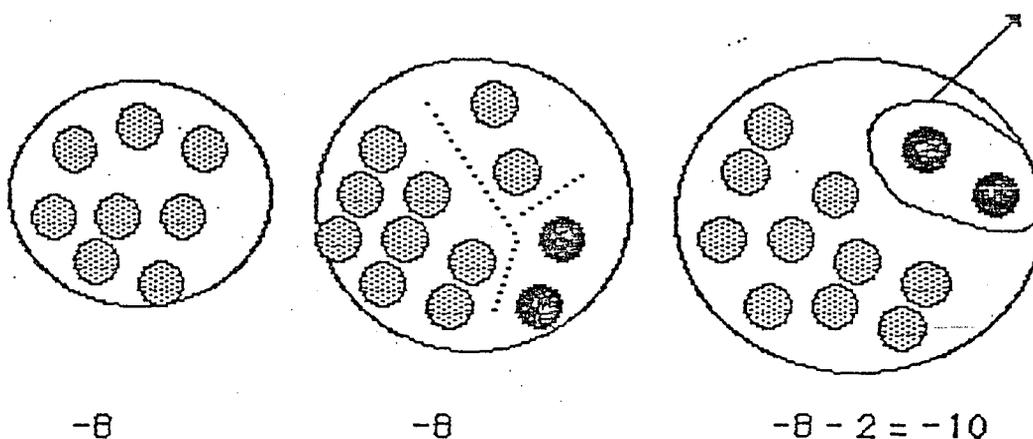
El uso de las fichas y el modelo de "quitar para la sustracción ofrecen una oportunidad para el alumno de introducir simplificaciones en el proceso de calcular. Estas simplificaciones pueden conducir a la sustracción de enteros por medio de sumar inversos, o de encontrar sumando perdidos

**SUMANDO INVERSOS:** Para calcular  $(-8) - 2$  usando la regla de sumar inversos, calcularíamos  $(-8) + (-2)$ . Usemos el modelo de quitar para calcular  $(-8) - 2$  para ver cómo el proceso de calcular puede conducir a la regla de sumar inversos.

En la figura que aparece abajo, cambiamos el primer conjunto por el segundo añadiendo 2 fichas azules y 2 fichas rojas. El tercer conjunto muestra que quitan las 2 fichas azules.

Para pasar del primer conjunto al tercero, pusimos 2 fichas rojas, pusimos y quitamos 2 fichas azules. La simplificación de este proceso sería poner 2 fichas rojas al primer conjunto. Esto es, restar 2 equivalente a sumar su inverso, es decir,  $-2$ . Escrito quedará:  $-8 - 2 = -8 + (-2)$ .

El ejemplo en la figura muestra que para restar un entero, podemos sumar su inverso. En general, para cuales quiera dos enteros  $a$  y  $b$ ,  $a - b$  se puede definir por lo siguiente regla:  $a - b = a + (-b)$ .



### ORIENTACIONES PARA LOS ALUMNOS

1. Pedir a los alumnos el material a utilizar con anterioridad.
2. Mencionar la importancia que tiene el que el alumno lea con cuidado las instrucciones antes de contestar su hoja de actividades.
3. Exhortar a los alumnos para que pregunten al coordinador en caso de cualquier duda.
4. Contestar su hoja de actividades individualmente.

### SUGERENCIAS

1. Dar inicio a la actividad cuando ya todos los alumnos que asistieron ese día, estén en el salón de clases.
2. Dar una explicación verbal del contenido de la práctica.
3. Estar atento al desarrollo que haga cada alumno de la actividad y asesorar en caso necesario.
4. Orientar en forma individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si ésta es común a un número considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dirigir la explicación a la totalidad del grupo.

- TEMA:** Areas y Fórmulas.
- OBJETIVO PARTICULAR:** Deducir fórmulas para calcular el área de figuras geométricas dadas.
- OBJETIVOS ESPECIFICOS:**
- \* El alumno aplicará la fórmula del área de un rectángulo de base  $b$  y altura  $h$ , para determinar fórmulas para el área de un paralelogramo, de un triángulo y de un trapecio.
  - \* El alumno determinará una fórmula para el área de un paralelogramo de base  $b$  y altura  $h$ .
  - \* El alumno determinará una fórmula para el área de un triángulo de base  $b$  y altura  $h$ .
  - \* El alumno determinará una fórmula para el área de un trapecio de base mayor  $B$ , base menor  $b$  y altura  $h$ .
- PRERREQUISITOS:** Reconocer triángulos, paralelogramos y trapecios.
- MATERIAL:** Se especifica en la actividad del alumno.
- El profesor puede auxiliarse de trazos en el pizarrón para cualquier aclaración.
- DESARROLLO:**
- A partir de la fórmula del área de un rectángulo se deduce la fórmula para el área de un paralelogramo de base  $b$  y altura  $h$ .
- La idea es manipular dos piezas que se obtienen del paralelogramo, para formar un rectángulo, y así deducir que las áreas del rectángulo y del paralelogramo son iguales.

PROGRAMA DE ACTUALIZACION  
P-ARIAS Y FORMULAS  
C I M A T

De esta manera, se obtiene la fórmula:

$$\text{Area}_{\text{paralelograme}} = b \times h$$

Para determinar la fórmula del área de un triángulo, se usan dos triángulos congruentes, que manipulados de manera adecuada, forman un paralelogramo.

Usando la fórmula para el área de un paralelogramo y destacando que se usaron 2 triángulos, se obtiene:

$$\text{Area}_{\text{triangulo}} = (b \times h) / 2$$

De manera similar se obtiene la fórmula para el área de un trapecio.

$$\text{Area}_{\text{trapezo}} = [(B + b) \times h] / 2$$

La manera como se deducen las fórmulas en estos dos últimos casos, pudiera sugerir que importan los lados que se unen para formar un paralelogramo. El profesor puede comprobar que no es así. Para el caso del triángulo se pueden obtener 3 arreglos que producen paralelogramos, mientras que con los trapecios se obtienen 2, haciendo coincidir los lados no paralelos.

En cada caso, obsérvese que la base y la altura del paralelogramo obtenido siguen siendo las mismas.

Por lo tanto la fórmula no depende del arreglo elegido. Por último, en caso de que el triángulo y el trapecio sean rectángulos, los paralelogramos respectivos son rectángulos.

Otras conclusiones se hacen explícitas en la hoja del alumno.

### ORIENTACIONES PARA LOS ALUMNOS

1. Pedir a los alumnos el material a utilizar con anterioridad.
2. Mencionar la importancia que tiene el que el alumno lea con cuidado las instrucciones antes de contestar su hoja de actividades.
3. Exhortar a los alumnos para que pregunten al coordinador en caso de cualquier duda.
4. Contestar su hoja de actividades individualmente.

### SUGERENCIAS

1. Dar inicio a la actividad cuando ya todos los alumnos que asistieron ese día, estén en el salón de clases.
2. Dar una explicación verbal del contenido de la práctica.
3. Estar atento al desarrollo que haga cada alumno de la actividad y asesorar en caso necesario.
4. Orientar en forma individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si ésta es común a un número considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dirigir la explicación a la totalidad del grupo.

- TEMA:** Factorización.
- OBJETIVO PARTICULAR:** Determinar los números primos menores que 100.
- OBJETIVOS ESPECIFICOS:** El alumno determinará números primos.  
El alumno usará la definición de números primos.  
El alumno determinará números compuestos.
- PRERREQUISITOS:** El alumno debe reconocer y generar múltiplos de un número dado.  
El alumno debe conocer el significado de los términos FACTOR, DIVISOR, MULTIPLO.
- MATERIAL:** Se incluye en la hoja del alumno.
- DESARROLLO:** Mediante el uso de un algoritmo que consiste en la eliminación de múltiplos en un tabla de números naturales, se determinan los números primos menores que 100.
- En cada instrucción se eliminan los múltiplos de un número, primero los de 2, después los de 3, los de 5 y finalmente los de 7.
- En cada eliminación se pregunta al alumno porqué los múltiplos de estos números no pueden ser primos.
- En el caso de los múltiplos de 2, se justifica esta razón, esperando que el alumno comprenda que esta justificación también es aplicable para eliminar los múltiplos de 3, 5 y 7.
- Por último se pide deducir al alumno porqué los números restantes son primos.

Para ello, puede checar que sus únicos divisores son ellos mismos y el uno. En las conclusiones se hacen explícitas las propiedades usadas.

Se anexa para el profesor, la solución.

#### ORIENTACIONES PARA LOS ALUMNOS.

1. Pedir a los alumnos con anterioridad el material a usar en la actividad.
2. Dar una explicación verbal del contenido de la actividad.
3. Mencionar la importancia que tiene el que el alumno lea con cuidado la actividad antes de contestar.
4. Sugerir a los alumnos que pregunten al profesor, las dudas que tengan al desarrollar la actividad.
5. Contestar su hoja de actividades en forma individual.

#### SUGERENCIAS

1. Dar inicio a la actividad cuando todos los alumnos que asistieron ese día estén en el salón de clases.
2. Pedir a los alumnos que inicien el desarrollo de la actividad cuando haya concluido el profesor con la explicación verbal de su contenido.
3. Orientar de manera individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si ésta es común a un número considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dirigir la explicación a la totalidad del grupo.

HOJA SOLUCION GUIA-MAESTRO

TABLA DE NUMEROS PRIMOS MENORES QUE 100.

(2)	(3)	4	(5)	6	(7)
8	9	10	(11)	12	(13)
14	15	16	(17)	18	(19)
20	21	22	(23)	24	25
26	27	28	(29)	30	(31)
32	33	34	35	36	(37)
38	39	40	(41)	42	(43)
44	45	46	(47)	48	49
50	51	52	(53)	54	55
56	57	58	(59)	60	(61)
62	63	64	65	66	(67)
68	69	70	(71)	72	(73)
74	75	76	77	78	(79)
80	81	82	(83)	84	85
86	87	88	(89)	90	91
92	93	94	95	96	(97)
<del>98</del>	99	100			

- TEMA: Suma y Resta de números enteros.
- OBJETIVO PARTICULAR: Resolver sumas y restas de números enteros empleando una regla de cálculo.
- OBJETIVOS ESPECIFICOS: Utilizar los signos + y - en los números enteros.  
Resolver sumas con la ayuda de una regla de cálculo.
- MATERIALES: Se especifica en la hoja del alumno. El profesor puede auxiliarse con dibujos en el pizarrón para cualquier aclaración.
- PRERREQUISITOS: Conocimiento del conjunto de los enteros. Distinción entre el signo del número y el de la operación.
- DESARROLLO: La actividad plantea la resolución de sumas y restas en el conjunto de los números enteros con la ayuda de una regla de cálculo la cual tiene un manejo análogo al de la recta numérica.

Se presentan cuatro casos, a saber:

- Suma de dos enteros positivos.
- Suma de dos enteros negativos.
- Suma de dos enteros con diferente signo.
- Resta de dos números enteros.

La 1a. parte de la actividad ilustra el manejo para operar la regla de cálculo. Posteriormente se espera que el alumno resuelva las operaciones que se indican ya sin la ilustración de su manejo.

Los alumnos deberán asociar el 1er. sumando y el resultado, con la regla A. El punto de partida o sea el origen 0 y el 2o. sumando, con la regla B.

La técnica para la utilización de la regla de cálculo es la misma en los tres primeros casos, presentando una variante en el último.

Bastará que el alumno siga adecuadamente las instrucciones marcadas en su hoja de actividades para que llegue al resultado correcto.

ORIENTACIONES PARA LOS ALUMNOS.

1. Pedir a los alumnos con anterioridad el material a utilizar.
2. Dar una explicación verbal de lo que contiene la práctica.
3. Sugerir a los alumnos que pregunten al profesor las dudas que tengan respecto al manejo de las regletas.
4. Contestar su hoja de actividades individualmente.

SUGERENCIAS.

1. Dar inicio a la actividad cuando ya todos los alumnos que asistieron ese día, estén en el salón de clases.
2. El maestro debe repartir o pedir que saquen el material, después de haber dado las instrucciones verbalmente.
3. Estar atento al manejo de las regletas por parte de los alumnos y asesorar si es necesario.
4. Orientar en forma individual a los alumnos en caso de alguna duda. Si esta es común a un número considerable de ellos, suspender momentáneamente la actividad y dirigir la explicación a la totalidad del grupo.
5. En caso de que los ejemplos ilustrados en la actividad no conduzcan al alumno a su comprensión, dar la explicación y poner otros ejemplos de reforzamiento.
6. Es importante que el estudiante distinga entre el signo del número y el signo de la operación por ello el maestro debe asesorar para evitar confusiones.
7. Aclarar a los alumnos que en algunos casos se pueden eliminar los paréntesis.

$$(+2) + (+3) = 5$$

o bien

$$2 + 3 = 5$$

$$(-1) + (+5) = 4$$

o bien

$$(-1) + 5 = 4$$

TEMA: Probabilidad

OBJETIVO: Simular un fenómeno de azar mediante el uso de una tabla de números aleatorios.

INTRODUCCION: En un fenómeno aleatorio no es posible predecir el resultado de un experimento con certeza. Sin embargo, si el experimento se repite varias veces, es posible conocer la distribución de los posibles resultados y utilizar este conocimiento para determinar la probabilidad de un cierto resultado de un experimento. Esta probabilidad obtenida así se llama probabilidad frecuentista. Con la ayuda de una computadora o con una tabla de números aleatorios se pueden simular un gran número de experimentos en poco tiempo.

COMENTARIO: Es conveniente que los alumnos desarrollen la actividad arrojando los dados antes de trabajar con la tabla de números aleatorios.

DESARROLLO: Los resultados posibles de la suma de lo que marquen dos dados son los números del 2 al 12. Sin embargo, como se dan cuenta pronto los alumnos, algunos resultados aparecen con más frecuencia que otros. Esto se debe a que la probabilidad de algunos resultados es mayor que la de otros. El número 2 sólo se puede obtener si los dados marcan 1 y 1. Del mismo modo el 12 sólo se puede obtener de una manera. En cambio el 4 se puede obtener de tres formas:  $1 + 3$ ,  $2 + 2$ ,  $3 + 1$ . Así, es más probable que la suma sea 4 a que sea 12. El caballo en el carril 4 avanzará a la larga más que el caballo en el carril 12. Sin embargo, no siempre sucede, si el número de experimentos es pequeño, que el resultado más probable aparezca más veces. Para poder predecir resultados con menos incertidumbre es necesario un número grande de experimentos. Esta actividad puede ser sorprendente para algunos alumnos que esperan cierta regularidad aún para pocos experimentos.

## EL USO DE LA TABLA ALEATORIA.

Los números del 1 al 6 que aparecen en la tabla de números aleatorios fueron generados por una computadora simulando los resultados de arrojar un dado. Cada número entre 1 y 6 tiene la misma probabilidad de aparecer en cualquier dirección que se recorra la tabla.

Así, si se requiere simular el experimento de arrojar dos dados, basta tomar una pareja de tales números en la tabla. Para simular dos experimentos basta tomar dos parejas, etc.

Se sugiere tomar la primera pareja a ciegas y las demás en el orden en que aparecen en la tabla para ahorrar tiempo.

## CONCLUSIONES:

En este ejemplo es sencillo ver que el 7 se puede obtener de más formas que los demás números y entonces saber de antemano que la probabilidad de esta suma es mayor.

Sin embargo no siempre es sencillo calcular de antemano la probabilidad de un evento.

La probabilidad frecuentista y los métodos de simulación usando grandes números resultan muy útiles en esos casos.