

Taller de fracciones

15

Alfinio Flores Peñafiel
Francisco Mirabal García
1985

Actividades realizadas en el Taller de matemáticas en el CBTIS 171 Abasco
Gto. 23 agosto 1985

Conductores: Alfinio Flores Peñafiel
Francisco Mirabal García

Modelos de fracciones (2)
barras de fracciones (3)
cuadros de fracciones, por equipos
máquina de fracciones
gráficas de fracciones (2)

dominó de fracciones
encuentra el camino cuya suma sea menor
cuadrados mágicos
completa el cuadrado

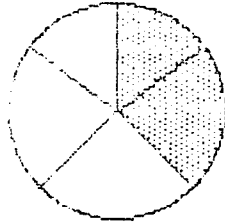
calcular valores fraccionarios a partes de figuras (2)
representando fracciones en la recta numérica (2)
fracciones de área (círculos dentro de círculos)

sistemas de ecuaciones lineales (computadora)

MODELO DE FRACCIONES

MODELO DE ENTEROS

DEFINICION
(ejemplo)

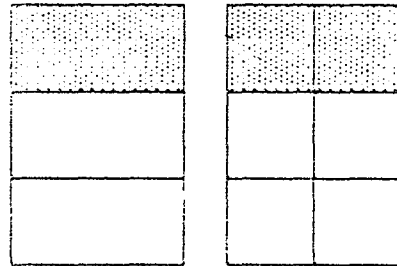


$\frac{2}{5}$ del círculo está
sombreado

DEFINICION
(general)

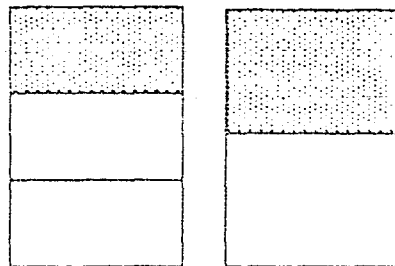
El todo o unidad se divide en m
partes iguales y n de estas partes
es $\frac{n}{m}$ del todo.

EQUIVALENCIA
(ejemplo)



$\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ de dos rectángulos
del mismo tamaño están som-
breados. Las áreas de las por-
ciones sombreadas son iguales.
Esto forma la base para escri-
bir $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ una relación entre
números.

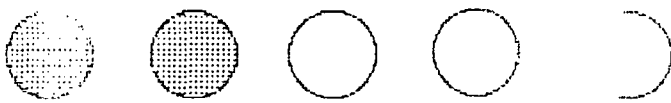
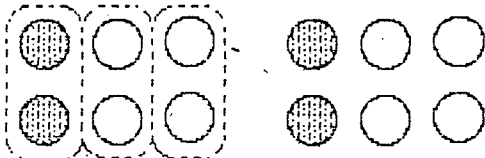
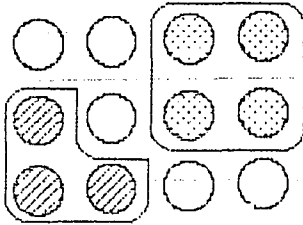
ORDEN
(ejemplo)



Aquí están sombreados $\frac{1}{3}$
y $\frac{1}{2}$ de rectángulos del
mismo tamaño, pero las áreas
no son iguales. Una relación
correspondiente entre núme-
ros es: $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$.

MODELO DE FRACCIONES

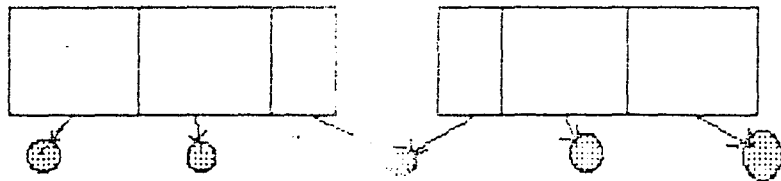
MODELO DE CONJUNTO

<p>DEFINICION (ejemplo)</p>	 <p>$\frac{2}{5}$ de los círculos son negros.</p>
<p>DEFINICION (general)</p>	<p>Si un conjunto se separa en m subconjuntos de igual número, entonces n de ellos subconjuntos es $\frac{n}{m}$ del conjunto.</p>
<p>EQUIVALENCIA (ejemplo)</p>	 <p>$\frac{1}{3}$ de los círculos son negros $\frac{2}{6}$ de los círculos son negros</p> <p>$\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ del mismo conjunto son negros. El número de círculos negros es 2 en ambos casos. Es lógico escribir $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.</p>
<p>ORDEN (ejemplo)</p>	 <p>$\frac{4}{12}$ del conjunto tiene más círculos que $\frac{3}{12}$ del conjunto. Esto justifica escribir $\frac{4}{12} > \frac{3}{12}$.</p>

MODELO DE FRACCIONES

MODELO DE COCIENTE

DEFINICION
(ejemplo)

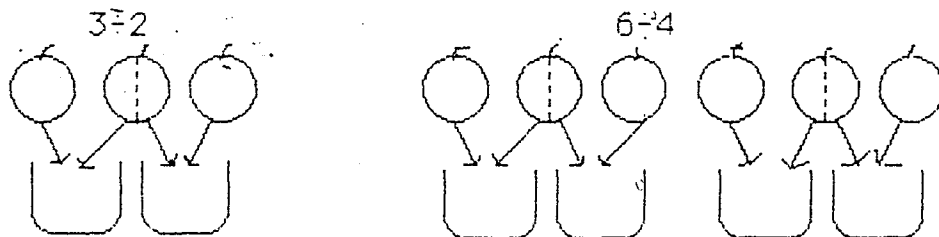


2 barras divididas equitativamente entre 5 niños da $\frac{2}{5}$ de barra por cada niño.

DEFINICION
(general)

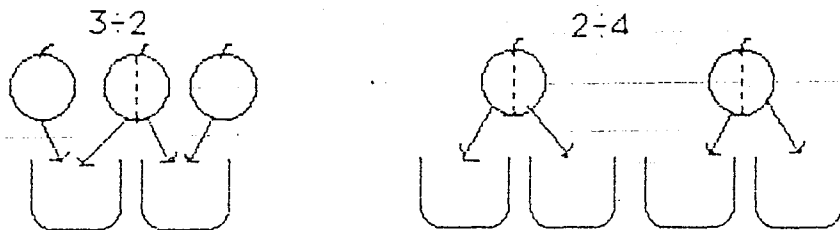
El número $n \div m$ es la fracción $\frac{n}{m}$

EQUIVALENCIA
(ejemplo)



3 Manzanas divididas entre dos canastas da el mismo número de manzanas por canasta que 6 manzanas divididas entre 4 canastas, así $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$

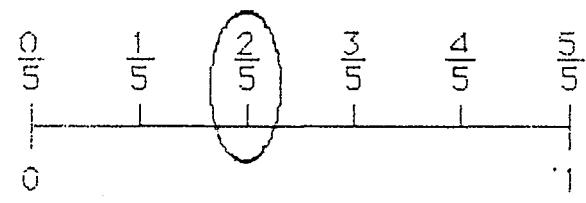
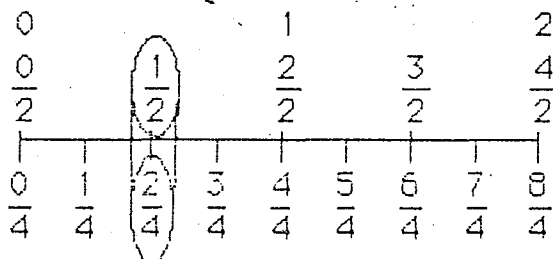
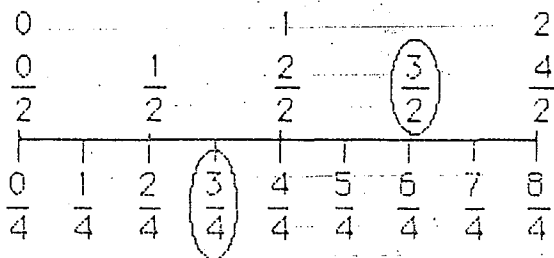
ORDEN
(ejemplo)



3 Manzanas repartidas equitativamente en dos canastas dan más manzanas por canasta que 2 manzanas repartidas entre 4 canastas $\frac{3}{2} > \frac{2}{4}$

MODELO DE FRACCIONES

MODELO DE RECTA NUMERICA

<p>DEFINICION (ejemplo)</p>	
<p>DEFINICION (general)</p>	<p>Divide el segmento entre 0 y 1 en m segmentos de igual longitud. El punto final derecho del segmento n-esimo tiene el nombre $\frac{n}{m}$</p>
<p>EQUIVALENCIA (ejemplo)</p>	 <p>Dos fracciones son equivalentes si denotan el mismo punto en la recta numérica. $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ nombran el mismo punto. Escribimos $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$</p>
<p>ORDEN (ejemplo)</p>	 <p>En la recta numérica $\frac{3}{4}$ denota un punto a la izquierda del punto denotado por $\frac{3}{2}$. Escribimos $\frac{3}{4} < \frac{3}{2}$</p>

MODELO DE FRACCIONES

MODELO FORMAL

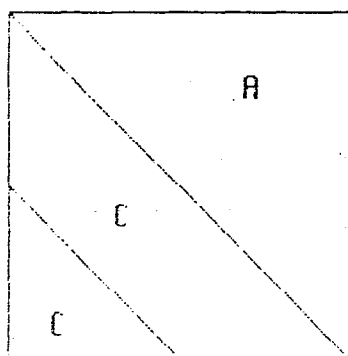
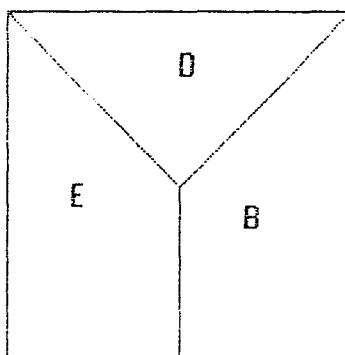
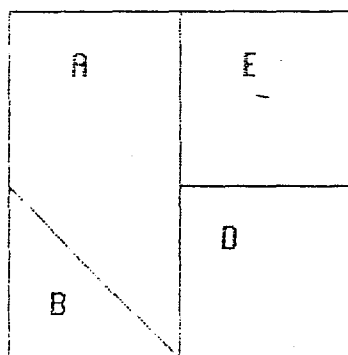
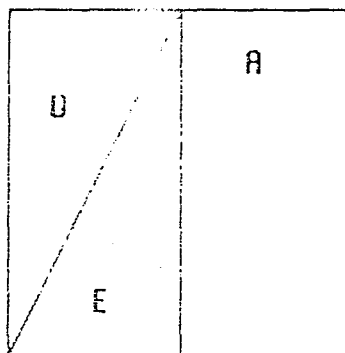
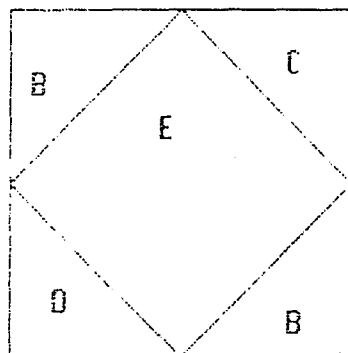
DEFINICION (ejemplo)	$\frac{2}{5}$
DEFINICION (general)	<p>Una fracción es una pareja de de números enteros</p> $\frac{n}{m} \text{ con } m \neq 0$
EQUIVALENCIA (ejemplo)	<p>Una fracción n/m es equivalente a las fracciones</p> $\frac{2n}{2m}, \frac{3n}{3m}, \frac{4n}{4m}, \dots$ <p>Dos fracciones son equivalentes si son equivalentes a la misma fracción</p> $\frac{6}{8} = \frac{9}{12} \text{ ya que } \frac{6}{8} = \frac{3 \times 6}{3 \times 8} = \frac{18}{24} \text{ y } \frac{9}{12} = \frac{2 \times 9}{2 \times 12} = \frac{18}{24}$
ORDEN (ejemplo)	<p>Para determinar la mayor de dos fracciones se encuentran fracciones equivalentes con un común denominador y luego comparando los denominadores</p> $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}, \text{ ya que } \frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ <p style="text-align: center;">y $9 < 10$.</p>

CUADRADOS

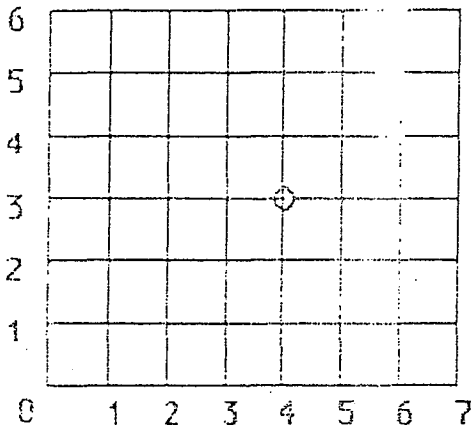
Dorsión de equipos: 5 jugadores A, B, C, D, E.

A un jugador le tocan las piezas A, a otro B, etc.

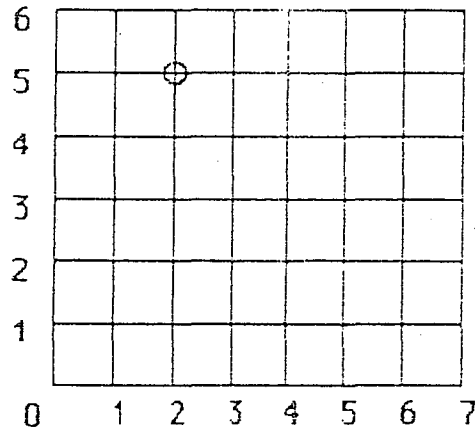
Los jugadores no pueden hablar, ni pedir piezas, sólo pueden dar piezas a otros jugadores. Gana el equipo que primero complete los cinco cuadrados.



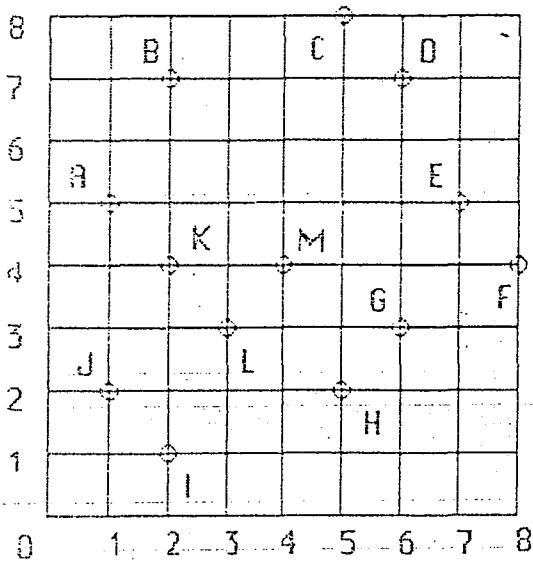
GRAFICAS DE FRACCIONES I



Este punto representa $3/4$



Este punto representa $5/2$



A = _____

H = _____

B = _____

I = _____

C = _____

J = _____

D = _____

K = _____

E = _____

L = _____

F = _____

M = _____

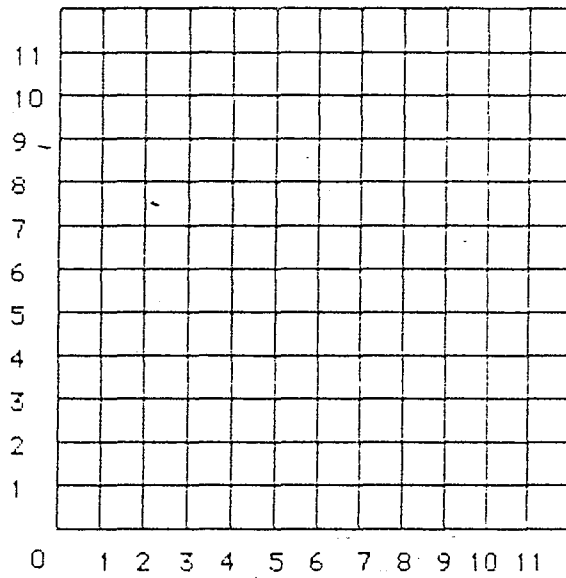
G = _____

GRAFICAS DE FRACCIONES 2

GRAFICA LAS SIGUIENTES FRACCIONES:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{6}{11}$ c) $\frac{7}{3}$ d) $\frac{8}{8}$ e) $\frac{2}{3}$

f) $\frac{4}{6}$ g) $\frac{3}{7}$ h) $\frac{1}{4}$ i) $\frac{2}{8}$ j) $\frac{6}{9}$



GRÁFICAS DE FRACCIONES 3

GRABAR LAS SIGUIENTES FRACCIONES

a) $\frac{1}{2}$

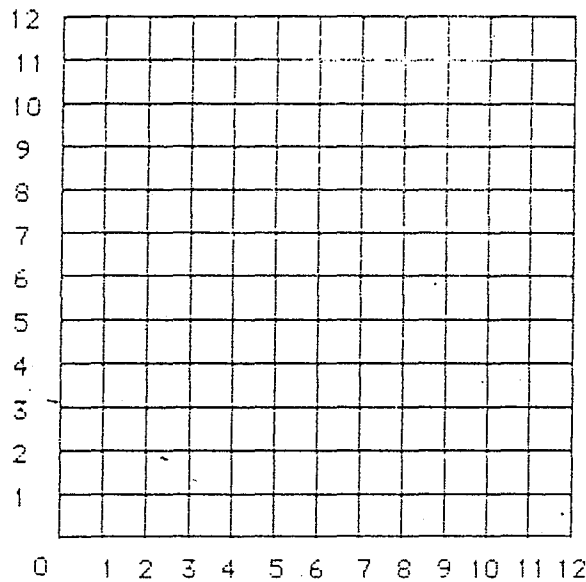
b) $\frac{2}{4}$

c) $\frac{3}{6}$

d) $\frac{4}{8}$

e) $\frac{5}{10}$

f) $\frac{6}{12}$



¿Qué notas en la gráfica de estas fracciones?

¿Son todas las fracciones equivalentes?

En la gráfica todas las fracciones deben estar en una línea recta.

¿Están?

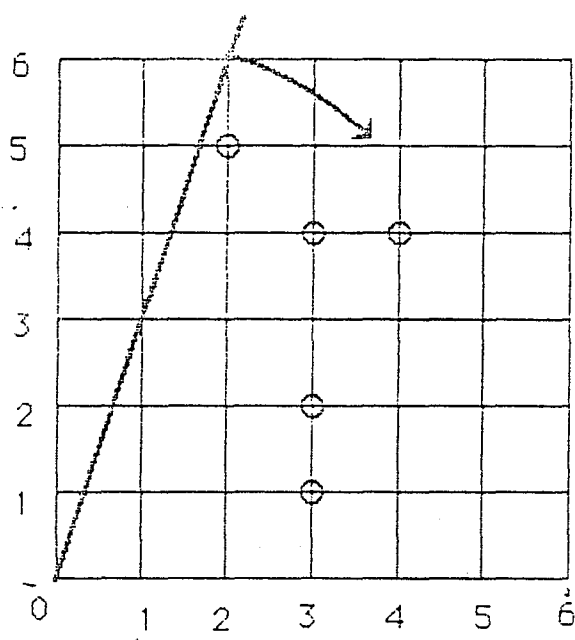
Usa el papel cuadrulado para encontrar siete fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$.

GRAFICAS DE FRACCIONES 4

¿Dónde están las gráficas de las fracciones?

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{5}{2}$$

¿Cuál es la más grande, cuál es la más pequeña?



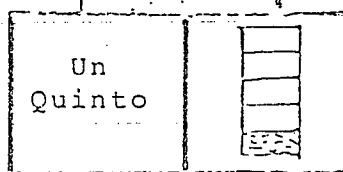
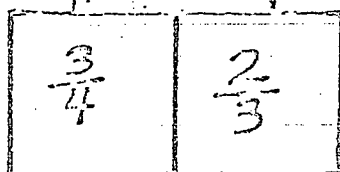
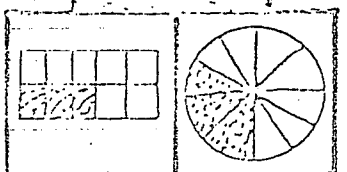
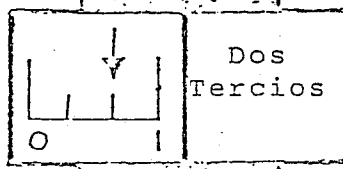
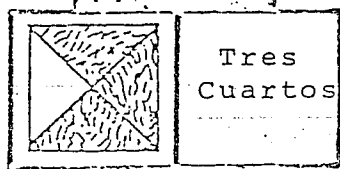
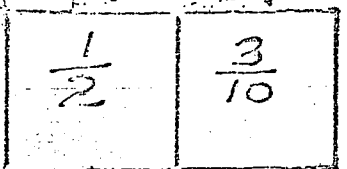
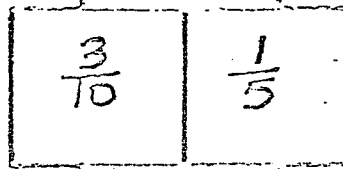
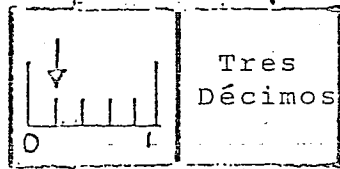
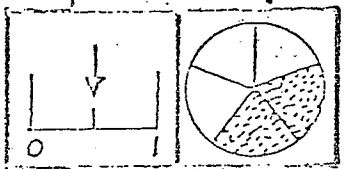
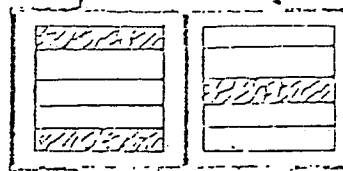
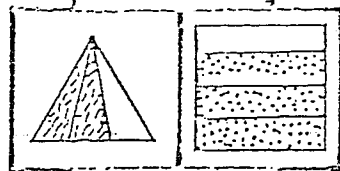
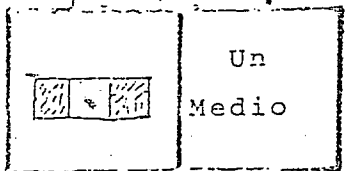
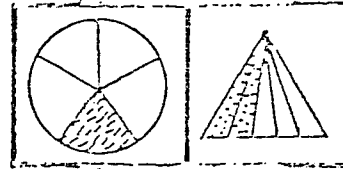
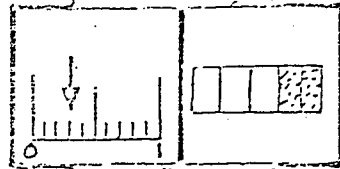
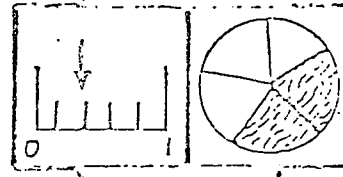
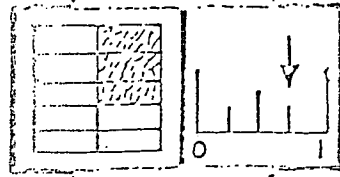
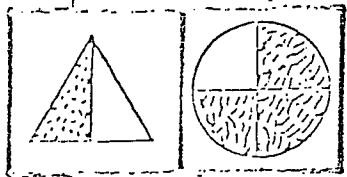
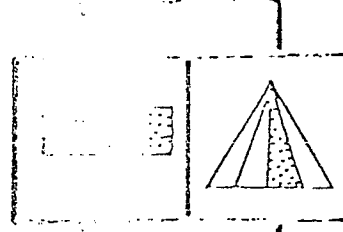
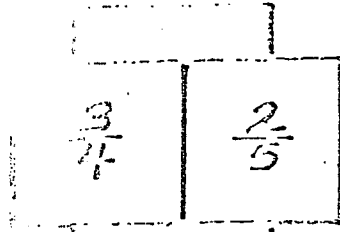
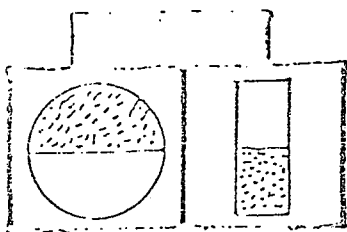
Se puede usar una regla para ordenar las fracciones de la más grande a la más pequeña. ¿Sabes cómo?

Usa el papel cuadrado y una regla rotante para ordenar las siguientes fracciones de la más grande a la más pequeña.

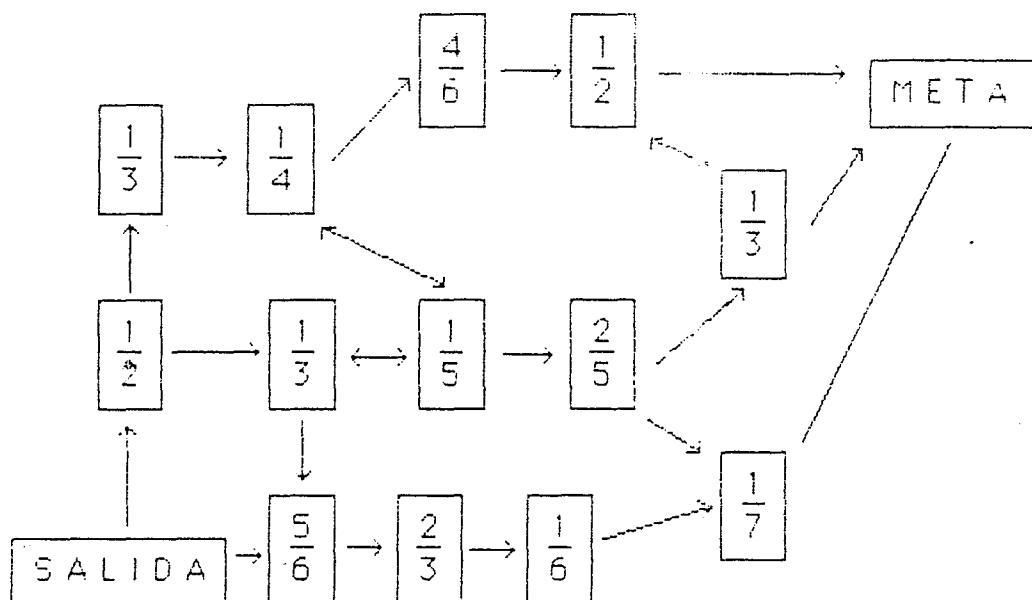
1) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{5}$

2) $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{8}$

3) $\frac{12}{15}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$



ENCUENTRA EL CAMINO CUYA SUMA SEA MENOR



1 a) Llena con fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ de modo que las columnas, renglones y diagonales sumen 1

b) Ahora encuentra otras tres fracciones y haz lo mismo

2 Llena con las fracciones $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{15}$ de modo que al sumar por renglones, columnas, diagonales y también las 4 esquinas nos dé siempre como resultado 1

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	

a) Completa el cuadrado.
Suma los dos números a la izquierda del cuadrado vacío o los dos de encima.

El cuadrado de la esquina debe de ser igual a la suma de los dos de arriba e igual a la suma de los dos de un lado.

$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{6}$
	$\frac{3}{4}$	
$\frac{2}{3}$		

b) Completa el cuadrado como se indica en el siguiente ejemplo:

$$\frac{1}{2} + \square = \frac{5}{6}$$

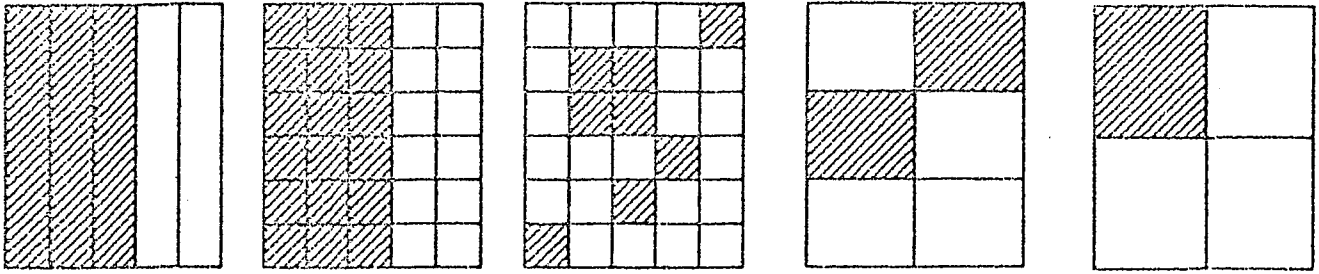
		$\frac{10}{12}$

c) Completa el cuadrado.

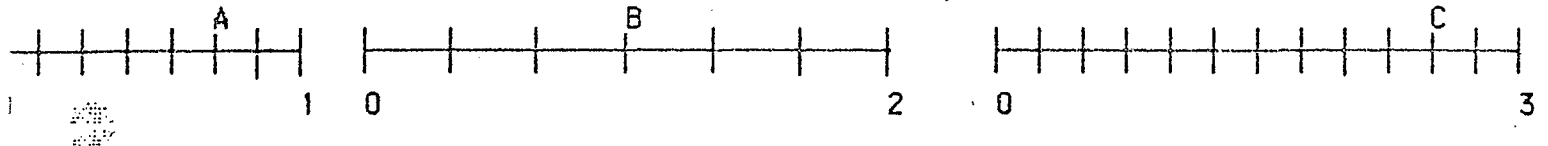
TOPICO: FRACCIONES

Actividad: calcular valores fraccionarios a partes de figuras.

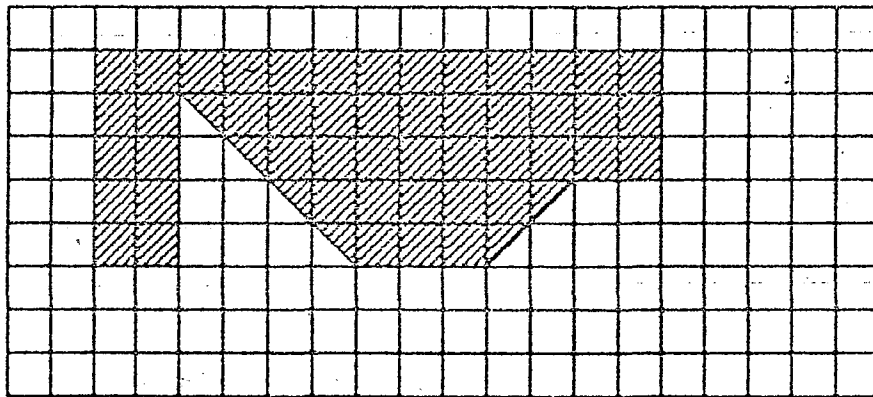
1. Calcula la fracción de área que representen los modelos:



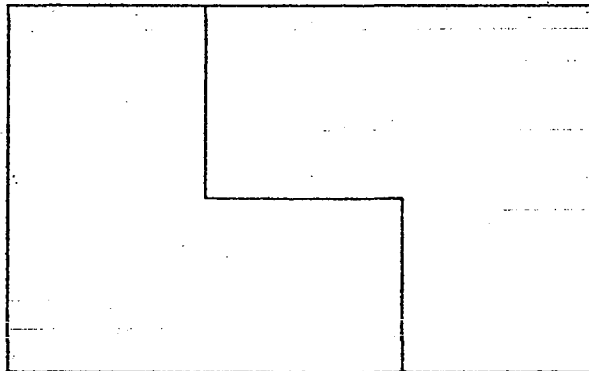
2. Asigna el valor fraccionario correspondiente al punto señalado:



3. Calcula la fracción de área representada:



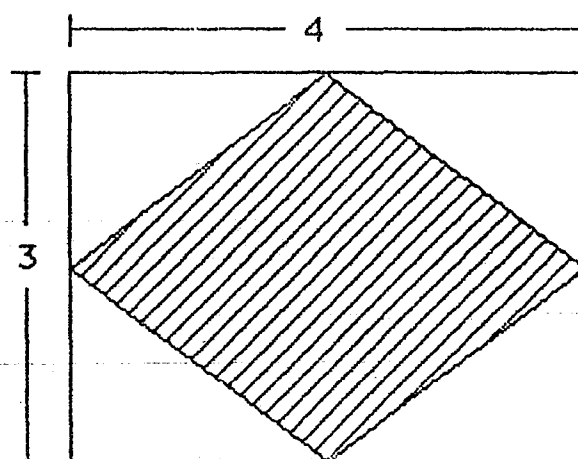
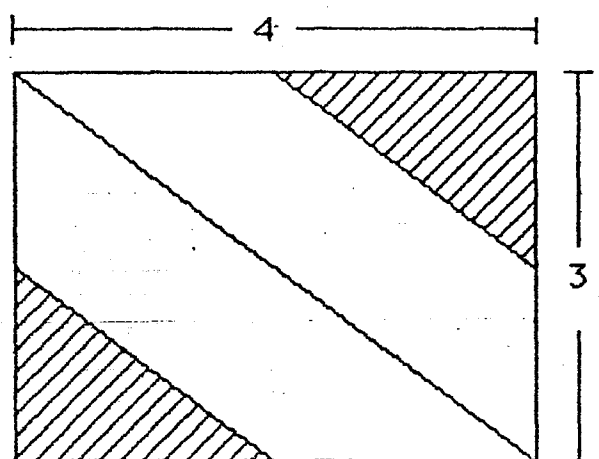
4. Recorta la figura. Toma una de las partes y divídela recortando también en cuatro figuras que tengan la misma área e igual forma.



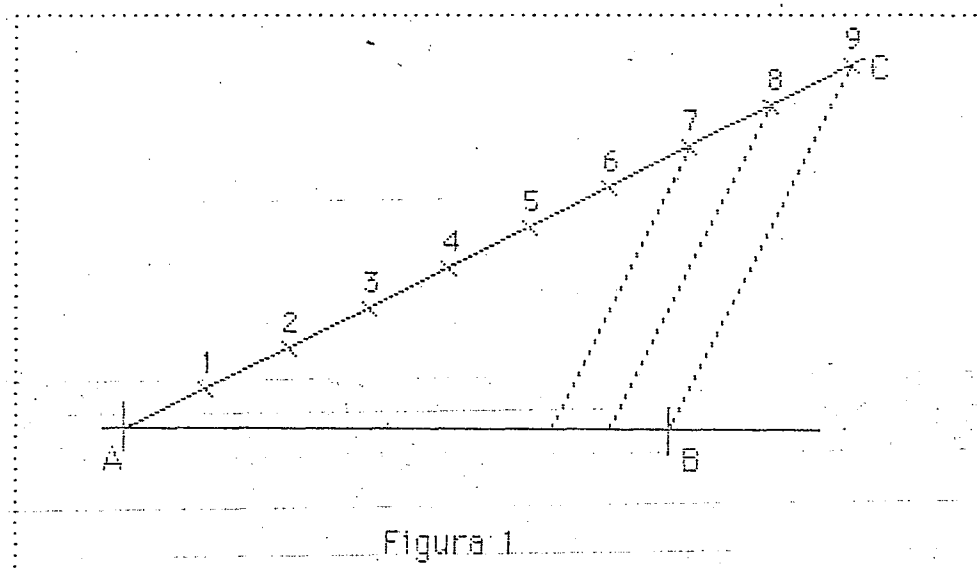
5. Ilustra en dos modelos de representación las fracciones siguientes:

a) $\frac{5}{8}$ y b) $\frac{7}{5}$

6. Considerando las dimensiones dadas, calcula la fracción de área representada en las siguientes figuras:



- Función:** Fracciones, Segmentos de recta.
- Objetivo:** Asignar valores fraccionarios a un segmento de recta dado.
- Material:** Regla, escuadras, compás, lápiz, material de apoyo para el desarrollo de la actividad.
- Desarrollo:** Para realizar esta actividad, es necesario recordar cómo se divide un segmento dado en v partes congruentes, empleando regla, escuadras y compás. A continuación, desarrolla en una hoja los trazos correspondientes a las instrucciones dadas:
- 1o. Traza un segmento de longitud arbitraria, llámalo AB .
 - 2o. Traza un segundo segmento de recta que parta del extremo A y que forme con AB un ángulo menor de 90 grados.
 - 3o. Empleando el compás con una abertura "adecuada", marca en el segundo segmento las v partes pedidas -toma $n=9$ - a partir del extremo A .
 - 4o. Con el auxilio de las escuadras, traza rectas paralelas, empezando por unir la última marca del compás que llamaremos C , con el extremo B , continua como se ilustra en la figura 1, para completar el trazo de los segmentos:



De esta manera queda dividido el segmento AB en las n partes congruentes.

En este caso $v=9$ por lo que AB se dividió en nueve partes congruentes o sea que cada parte representa un noveno ($1/9$) de la longitud de dicho segmento.

Ahora, empleando la técnica anterior, para $n=5$ divide los segmentos OP y OR , en la figura 2.

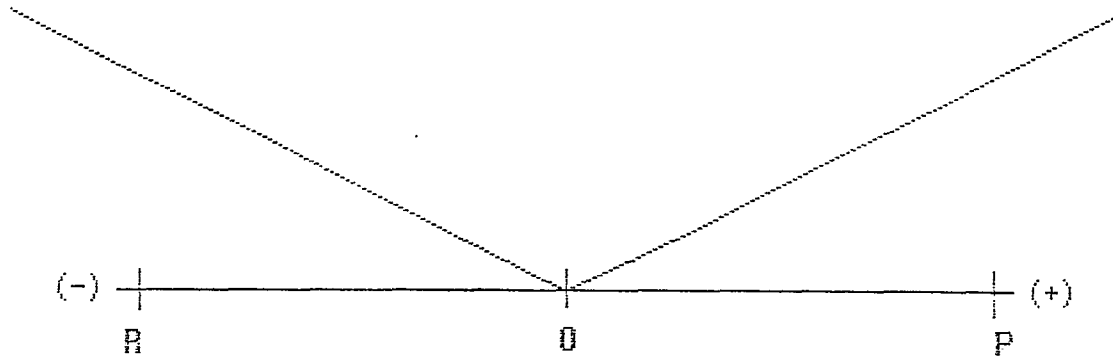


Figura 2

La siguiente meta es asignar a cada una de las n partes en las que se ha dividido un segmento de recta, el correspondiente valor fraccionario mediante la construcción explicada; por ejemplo:

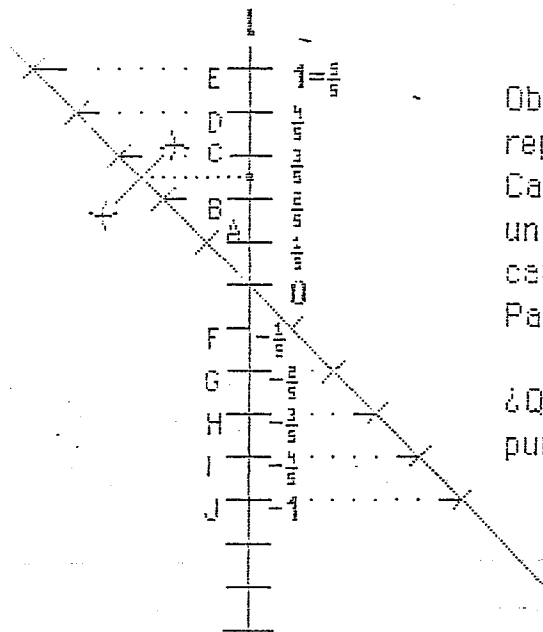


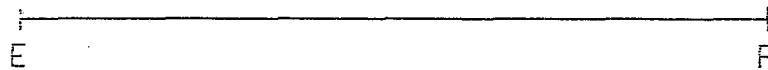
Figura 3

Observa que en la recta l del 0 al 1 representa cinco quintos ó $\frac{5}{5}$. Cada una de sus partes representan un quinto ($\frac{1}{5}$). Además se consideran cantidades positivas y negativas. Para este caso $n = 5$.

¿Qué fracción le corresponde al punto medio del segmento \overline{BC} ?

R. _____

En los segmentos AC , CD y EF , localiza los puntos correspondientes a las fracciones $5/3$, $3/6$ y $3/10$ respectivamente.



Ahora, con la geometría empleada, divide el segmento AB (Figura 4) en 5 subsegmentos congruentes, según lo indica el segmento AC :

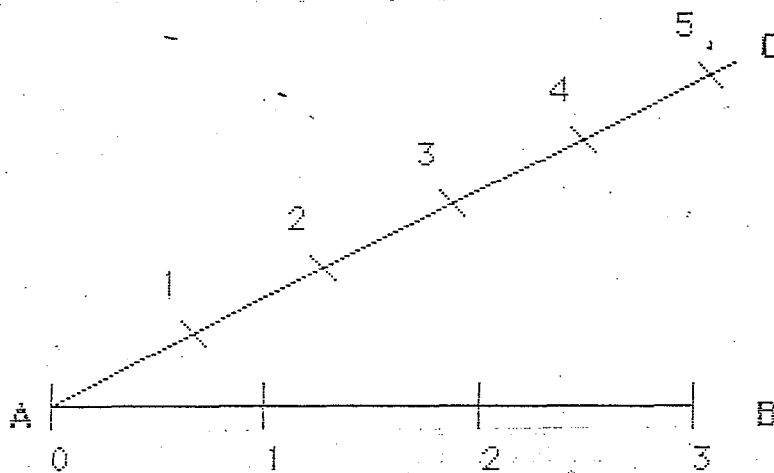
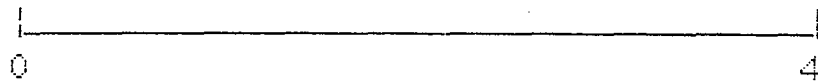


Figura 4

El segmento de longitud 3, queda dividido en 5 partes congruentes. Si consideramos que la suma de esas 5 partes debe ser igual a 3 unidades: ¿Qué valor fraccionario le corresponde a cada uno de los puntos en donde intersectan las paralelas trazadas al segmento de longitud 3? Anota los valores correspondientes a cada punto de AB .

– continuación, divide los segmentos de longitud dada en las n partes que se solicitan, asignando el valor numérico correspondiente a cada uno de los puntos obtenidos:

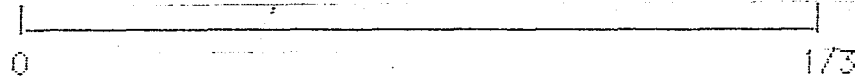
$n=3$



$n=8$



$n=5$



Tópico: Fracciones, Áreas y Círculos.

Objetivo: Deducir una fórmula para calcular fracciones de área en el círculo.

Material: Hojas de actividades, regla, compás.

Actividad 1

1. Sabemos que se pueden representar fracciones como superficies o porciones de superficie, en figuras geométricas, como podemos observar en la figura 1:

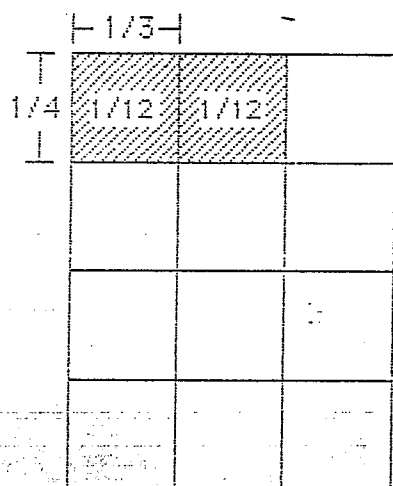


Figura 1

Cada uno de los rectángulos representa:

$(1/4) \times (1/3) =$

O sea, que la suma de ambos, es:

$(1/12) + (1/12) =$

Si bien, podemos advertir lo que representan las fracciones de la Figura 2:

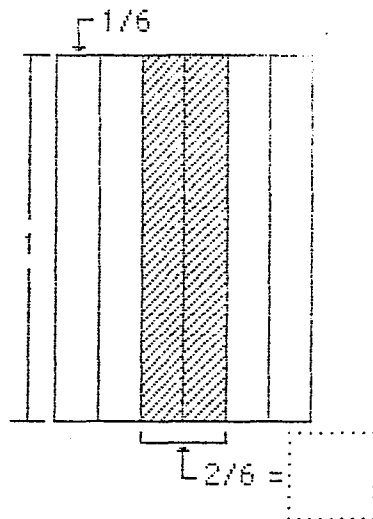


Figura 2

La región sombreada en la Figura 2, representa:

$$\left(\frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{6}$$

¡Simplifica!

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

En la Figura 3, el área total constituye una unidad de área.

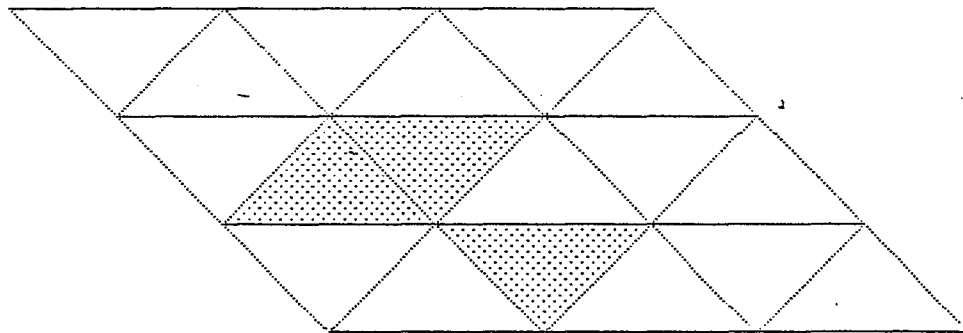


Figura 3

¿Qué fracción de área representa la parte sombreada?

también encontramos que la unidad de área representada mediante un  rculo, permite a su vez representar fracciones.

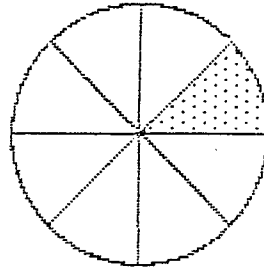


Figura 4

 Qu  valor fraccionario representa la parte sombreada?

Actividad 2

Ahora bien, consideremos dos circunferencias C_1 y C_2 con una particularidad; el diámetro de la mayor, es el doble de la menor, luego diremos que $d_1 = 2d_2$.

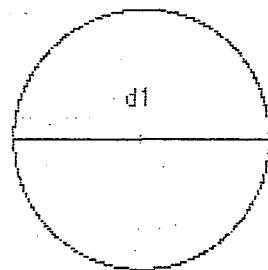


Figura 5

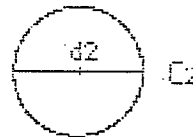


Figura 6

Para nuestro propósito, vamos a considerar el área de la circunferencia mayor C_1 , como una área unitaria, ésto es que representará una unidad de  rea.

La pregunta sería: Si en la figura 7, R_1 representa 1 unidad de área, ¿qué fracción de área representa R_2 ? Recuerda: el

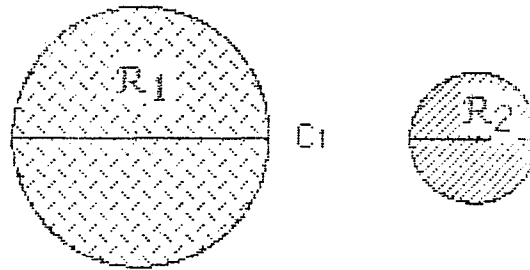


Figura 7

Figura 8

Ahora, si inscribimos C_2 en C_1 , ¿qué fracción de área representa la región R_3 contenida entre C_2 y C_1 , en la figura 9?

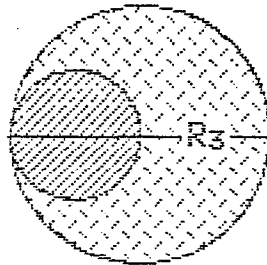


Figura 9

La figura 10, nos representa a dos círculos congruentes (C_2 y C_2'), inscritos a un tercer círculo (C_1), tangente a los primeros, y cuyos centros se localizan sobre el diámetro del círculo mayor. ¿Qué fracción de área representa la parte sombreada?

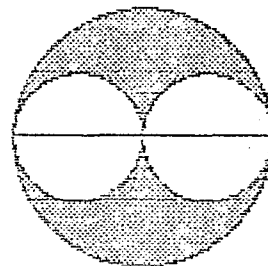


Figura 10

Después: ¿Qué fracción de área representa la región sombreada de la figura 11?

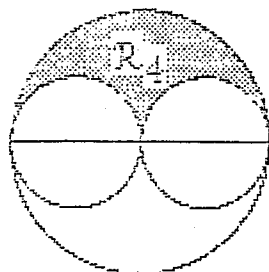


Figura 11

Ampliando nuestro análisis, estudia la figura 12 y contesta qué valor representa su área sombreada:

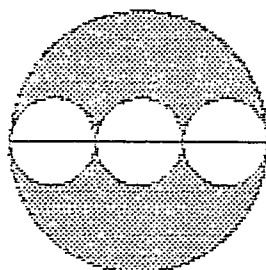


Figura 12

Ahora: ¿Qué fracción de área representa R_5 ? Figura 13.

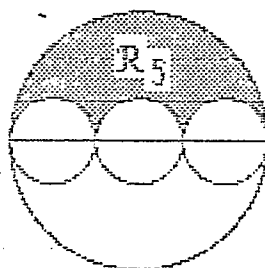


Figura 13

Respecto de la figura 14, ¿qué fracción de área representa la parte sombreada?

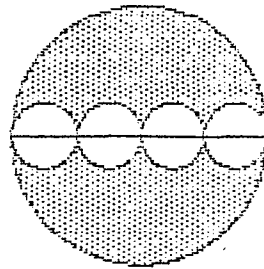


Figura 14

¿Entonces, con referencia a la figura 15, qué fracción de área representa R_6 ?

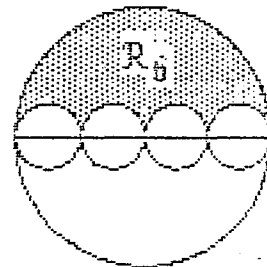


Figura 15

Preguntas: ¿Cuál es la fracción de área que corresponde a la porción superior, para el caso de cinco circunferencias inscritas tangentes y con centro sobre el diámetro de la mayor? **Sugerencia:** Esboza con lápiz y papel la figura mencionada.

¿Y para n circunferencias congruentes, inscritas tangentes entre sí, con centro sobre el diámetro de la mayor?

Finalmente, basandote en los resultados obtenidos en esta **Actividad 2** Escribe una fórmula que permita predecir el área que corresponde a la porción superior para v circunferencias inscritas, con las características antes mencionadas.