Algunas relaciones entre Topología y Teoría de Conexiones

Ricardo Vila Freyer

Tech. Rept. I-92-4 (CIMAT/MB)

123

Clasificación AMS: **55R10 (Primaria), 57R30, 32G13, 81E13**

Recibido: 22 de Junio, 1992 Aprobado: 28 de Agosto, 1992

Algunas Relaciones entre Topología y Teoría de Conexiones

R. F. Vila Freyer
Centro de Investigación en Matemáticas*

El propósito de esta conferencia es describir algunas relaciones recientes entre topología y teoría de conexiones, que como herramientas matemáticas que sugen de problemas e ideas de Física Teórica han dado solución a problemas algo viejos y, al mismo tiempo, están dando una nueva visión en la topología de variedades de dimensión baja.

§1. Espacios de móduli de fibrados vectoriales sobre superficies de Riemann

El punto de partida desde una perspectiva de geometría diferencial es un teorema equivalente al Teorema Fundamental de Geometría Riemanniana.

En lo sucesivo Σ_g es una superficie de Riemann compacta de género g, y casi siempre supondremos que $g \geq 2$.

Teorema:
Si $\pi : E \to \Sigma_g$ es un haz vectorial holomorfo, h un producto hermitiano en cada fibra de E que varía diferenciablemente, entonces existe una única conexión ∇ que:

i. Preserva el producto hermitiano, $\nabla h = 0$.

ii. Es compatible con la estructura holomorfa. Es decir, si usando la estructura compleja de Σ_g descomponemos la conexión ∇ en sus (1.0) y (0.1) partes respectivamente $\nabla = \nabla^{1,0} + \nabla^{0,1}$, entonces una sección S es holomorfa si y sólo si $\nabla^{0,1} s = 0$.

Es todo lo que vamos a decir, pensamos indistintamente en el haz vectorial E con estructuras adicionales, o el subfibrado de bases P compatible con la estructura adicional. Ejemplos:

*A.P. 402, 36000-Guanajuato, Gto., México

i. Si no damos estructuras adicionales, P es un fibrado principal con grupo de estructura $GL(n, \mathbb{C})$, que corresponde a las matrices de cambios de bases.

ii. Si damos una métrica hermitiana, P será el fibrado de bases ortonormales con respecto a la métrica, por lo tanto un fibrado principal con grupo de estructura $U(n)$.

iii. Si además de la métrica, pedimos que $\Lambda^n E$ sea trivial, entonces el grupo de estructura se reduce todavía a $SU(n)$.

Las conexiones de (E, h) son lo mismo que las conexiones del fibrado principal P con grupo de estructura $U(n)$. Si además $\nabla(e_1 \wedge ... \wedge e_n) = 0$ para toda base $e_1 ... e_n$, entonces, la conexión corresponde al grupo de estructura $SU(n)$, y $\Lambda^n E$ es trivial.

El espacio de conexiones $\mathcal{A}$ es además un espacio afín modelado en $A^1(\Sigma_g, g(E))$, las 1-formas diferenciales en P con valores en el álgebra de Lie $g(E)$ de transformaciones de E ; $g = Lie(G)$. G el grupo de estructura del fibrado principal asociado.

Por ejemplo si tenemos $E, h, \Lambda^n E =$ trivial, $\mathcal{A}$ es un espacio afín modelado en $A^1(\Sigma_g, su(E))$, donde $su(E)$ denota los endomorfismos de E que fibra a fibra son anti-adjuntos.

Cuando damos la métrica h y descomponemos la conexión $\nabla = \nabla^{1,0} + \nabla^{0,1}$, la $\nabla^{0,1}$ parte de la conexión junto con la métrica h determinan a toda la conexión ∇; por eso, podemos también clasificar el espacio de todas las estructuras analíticas como la (0,1)-parte de la complexificación de $\mathcal{A}, A^{0,1}(\Sigma_g, sl(E))$ porque el álgebra de matrices $sl(E)$ es la complexificación $su(E)_{\mathbb{C}}$. (En este caso supondremos la métrica fija).

Esto corresponde a decir que una estructura holomorfa de Σ_g determina la descomposición de 1-formas en (1,0) y (0,1)-partes que a su vez determinan la estructura holomorfa de $\mathcal{A}$, teniendo como haz tangente holomorfo a las (0,1)-formas mencionadas arriba.

Uno de los objetivos de la Geometría Algebraica (respectivamente Compleja) ha sido clasificar la estructura algebraica (respectivamente holomorfa) de objetos como son los haces vectoriales, de tal forma que el objeto que clasifica sea un espacio de parámetros que es también una variedad algebraica (respectivamente compleja). Para esto fue necesario introducir una clase especial de haces:

Definición:

1. $\pi : E \to \Sigma_g$ es un haz vectorial <u>estable</u> si y sólo si para todo subfibrado propio $F de E$:

$$\frac{c_1(F)}{rk(F)} < \frac{c_1(E)}{rk(E)}$$

(Si sustituimos la desigualdad estricta por"$\leq$", diremos que E es semiestable).

2. $\pi : E \longrightarrow \Sigma_g$ es <u>estable</u> si y sólo si existe una conexión unitaria irreducible ∇ que es proyectivamente plana. Es decir, que satisface las ecuaciones de Einstein: $\star F^{\nabla} = cI$; donde F^0 es la curvatura asociada a la conexión ∇, $\star$ es el operador estrella de Hodge asociado a la estructura conforme de Σ_g, c es una constante, $c = c_1(E)/(2\pi \mathrm{vol}(\Sigma_g).rk(E))$ y I es el endomorfismo identidad del haz E.

   (Si no pedimos que la conexión sea irreducible, E es semiestable).

   Esta condición es equivalente a decir que la conexión es proyectivamente plana, o sea, que la curvatura es "proyectivamente" trivial.

3. $\pi : E \longrightarrow \Sigma_g$ es <u>estable</u> si y sólo si E se obtiene de una representación irreducible, proyectiva, del grupo fundamental.

   (Semiestable si la representación es reducible).

La equivalencia entre estas tres definiciones es un teorema fundamental en el área, debido a Narasimhan y Seshadri [NS], y una demostración analítica que deja (2) en claro fue debida a Donaldson [D].

Estas equivalentes definiciones han permitido encontrar un espacio de parámetros o móduli que clasifica los haces estables y ha hecho posible dar varios puntos de vista para describir este espacio de móduli.

Para simplificar, supondremos por el momento que consideramos haces vectoriales E de rango n, con determinante $\Lambda^n E$ el haz trivial, en este caso $c_1(E) = 0$.

Denotemos por $\mathcal{S}U_g(n)$ el espacio de móduli de haces estables sobre Σ_g, de rango n y determinante trivial. Este espacio lo podemos describir de las siguientes maneras:

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}U_g(n) &= \{\text{representaciones } f : \pi_1(\Sigma_g) \to \mathcal{S}U(n)\} / \text{Conjugación por } \mathcal{S}U(n) \\
&= \left\{ A_1 ... A_{2_g} \in su(n) | \prod_{i=1}^{g} A_i A_{i+g} A_i^{-1} A_{i+g}^{-1} = Id \right\} / \text{conj.} \\
&= \left\{ \text{conexiones } \nabla, \text{ tales que } \star F^{\nabla} = 0 \right\} / \mathcal{G}\ . \\
&= \left\{ \text{conexiones analíticas } \bar{\delta}_E = \nabla^{0,1}, \text{ tales que } \star F^{\nabla} = 0 \right\} / \mathcal{G}_{\mathbf{C}}
\end{aligned}$$

donde $\mathcal{G}$ es el grupo de norma (gauge) $C^{\infty}(\Sigma g, SU(n))$, y $\mathcal{G}_{\mathbf{C}}$ es la complexificación, $C^{\infty}(\Sigma_g, SL(n,\mathbf{C})$.

Describamos algunas propiedades de este espacio de móduli cuando el rango es 2, es decir $SU_g(2)$, que denotaré por $\mathcal{S}_g$ en lo que sigue.

Se sabe que $\mathcal{S}_g$ es una variedad quasi-proyectiva, no singular, conexa y simplemente conexa y que su grupo de Picard es $\mathbf{Z}$, o sea está generada por un haz lineal. Es, además, una variedad simpléctica y su forma corresponde (módulo una constante) a la clase de Chern de ese haz lineal. [R-S-W].

La compactificación $\overline{\mathcal{S}_g}$ es una variedad algebraica con singularidades (o espacio analítico complejo), que corresponden a clases de equivalencia de haces semiestables. (No describimos aquí la equivalencia, ver [NS]).

Sobre este espacio existe entonces un fibrado lineal $\mathcal{L}$ que de hecho se puede definir como un fibrado lineal sobre el espacio de estructuras complejas $\bar{\delta}_E = \nabla^{0,1}$, y ver que $\mathcal{G}_{\mathbf{C}}$ preserva aquéllos que corresponden a conexiones planas, induciendo así al fibrado $\mathcal{L}$ sobre $\mathcal{S}_g$. La fibra para cada $\bar{\delta}_E$ está dada por

$$\mathcal{L}_{\bar{\delta}_E} = \Lambda^{\max}(\ker \bar{\delta}_E) \otimes \Lambda^{\max}(\operatorname{coker} \bar{\delta}_E)^{*}$$

donde $\bar{\delta} : A^0(\Sigma_g, E) \to A^{0,1}(\Sigma_g, E)$.

Además de su importancia intrínseca, el fibrado $\mathcal{L}$, llamado el fibrado de Quillen (o divisor theta generalizado) juega un papel importante en teoría de nudos; hablaremos sobre esto al final, lo mismo que de conocer la dimensión del espacio de secciones holomorfas

$$H^0(\mathcal{S}_g, \mathcal{L}^{\otimes k})$$

Denotamos por $Z_k(\Sigma_g)$ a este espacio vectorial, y $z_k(\Sigma_g)$ su dimensión.

Para calcular su dimensión, necesitamos considerar además fibrados estables con trivializaciones y banderas especiales en puntos marcados de la superficie de Riemann, los llamados fibrados con estructuras parabólicas.

Sean $X, ..., X_p \in \Sigma_g$ una colección de puntos, y demos una "etiqueta" para cada uno de estos puntos; es decir, una representación irreducible V de $S\ell(2,\mathbf{C}) = SU(2)_{\mathbf{C}}$ de dimensión $\leq k+1$. (El número k, que corresponde a la potencia exterior del fibrado $\mathcal{L}$ se llama el <u>nivel</u>). Como cada representación está determinada por su dimensión, denotamos por V_{n_i}

la representación que corresponde al punto X_i, de dimensión $n_i \leq k+1$.

Estos haces estables corresponderán a predeterminar las holonomías alrededor de los puntos X_i, de las conexiones correspondientes a las estructuras estables, explícitamente las holonomías deberán tener orden $\frac{n_i}{k}$. (Ver Atiyah [A] p. 28).

Sobre las estructuras holomorfas $\bar{\delta}_E$ tenemos como antes el haz de determinantes de Quillen, $\mathcal{L}$, y para cada punto X_i escogemos una identificación del fibrado $sl(E)|_{X_i}$ con $sl(2,\mathbb{C})$. Entonces el grupo $\mathcal{G}_\mathbb{C}$ que actúa en $\mathcal{L}$ actúa también en V_{n_i} vía la evaluación en X_i de la representación.

Definimos

$$Z_k(\Sigma_g; X_i, n_i) = \Gamma_{\mathcal{G}_\mathbb{C}}(\mathcal{L}^{\otimes k}|_{\mathcal{A}_s} \bigotimes_i V_{n_i})$$

donde restringimos el fibrado $\mathcal{L}$ a las conexiones estables, y el sufijo $\mathcal{G}_\mathbb{C}$ describe las secciones $\mathcal{G}_\mathbb{C}$- invariantes.

Nótese que si no hay puntos marcados, este espacio es exactamente igual al descrito arriba.

Recordemos además que $\overline{S_g}$ tiene singularidades y esto complica la definición formal dada arriba. Denotamos por $Z_k(\Sigma_g; n_i)$ la dimensión de estos espacios, que no depende de la estructura compleja de Σ_g y por lo tanto tampoco de la elección de los p-puntos X_i de Σ_g.

Teorema (Verlinde, Narasimhan - Ramadas,...):
Para calcular las dimensiones, valen las siguientes reglas:

1. $Z_k(\Sigma_{g+1}; n_i) = \sum_{n=0}^k Z_k(\Sigma_g; n, n, n_i)$.

2. $Z_k(\Sigma_{g+g'}; n_i, n_j) = \sum_{n=0}^k Z_k(\Sigma_g; n, n_i) Z_k(\Sigma_{g'}; n, n_j)$.

La idea para demostrar estas fórmulas es definir una gavilla $\mathcal{S}$ sobre una familia local de la curva universal de género $g+g'$ (digamos para 2), cerca de $\Sigma_g \vee \Sigma_{g'}$ donde hay una intersección doble y tal que:

$$\mathcal{S}|_{\Sigma_{g+g'}} = Z_k(\Sigma_{g+g'}; n_i, n_j) .$$

y sobre la curva singular

$$\mathcal{S}|_{\Sigma_g \vee \Sigma_{g'}} = \bigoplus_{n=j}^{k} Z_k(\Sigma_g; n, n_i) \otimes Z_k(\Sigma_{g'}; n, n_j)$$

y mostrar que $\mathcal{S}$ es localmente libre. (Ver [Th] y referencias ahí).

Haciendo uso de estas fórmulas, Verlinde [V] demuestra que

$$Z_k(\Sigma_g) = \left(\frac{k+2}{2}\right)^{g-1} \sum_{m=1}^{k+1} \frac{1}{(\text{sen } (m\pi/k+2))^{2g-2}} \ .$$

Hasta ahora no se conoce otro método para calcular estas dimensiones.

Si consideramos ahora el caso de haces estables E de rango dos pero con determinante $\Lambda^n E = L$ no trivial, $c_1(L) = 1$; con L un haz lineal fijo. Thaddeus, en el trabajo antes mencionado, obtiene fórmulas análogas. En este caso, el espacio de móduli N_g es una variedad algebraica (compleja) compacta no-singular y era un problema desde hace cerca de 20 años determinar su cohomología. $H^*(N_g, \mathbf{Z})$; Atiyah-Bott [AB] demuestran que esta cohomología no tiene torsión y Newstead [N] obtiene generadores α, β, ψ_i del anillo de cohomología $H^*(N_g, \mathbf{Z})$. Usando la generalización de los resultados anteriores y la fórmula de Riemann-Roch-Hirzebruch, M. Thaddeus encuentra cómo se deben obtener las relaciones sobre estos generadores

$$\alpha \in H^2(N_g), \quad \beta \in H^4(N_g, \mathbf{Z}), \quad \psi \in H^3(N_g) \otimes H^1(\Sigma_g)$$

son tales que

$$c_i(\mathcal{U}) = -2\alpha\sigma + \beta - 4\psi$$

donde

$$\mathcal{U} \longrightarrow N_g \times \Sigma_g \text{ es el fibrado universal, } \sigma \text{ es la clase fundamental en } H^2(\Sigma_g) \ ,$$

y

$$\psi = \Sigma\ \psi_i e_i \ \text{, con } e_i \text{ los generadores usuales de } H^1(\Sigma_g) \ .$$

Esto resultó ser una aplicación no trivial de Física a la topología de ciertos espacios de conexiones.

Justifiquemos ahora la importancia topológica de los espacios $Z_k(\Sigma_g, n_i)$.

§2. La Integral de Witten para Nudos en 3 Variedades

La definición y los detalles de lo que describimos en esta sección aparecen en [W]; una descripción muy accesible que presenta todo el programa de lo descrito en ese artículo se puede leer en el libro de Atiyah [A].

Si M es una variedad diferenciable de dimensión real 3, orientada y compacta; $L \subset M$ es un enlace, o sea una colección de nudos entrelazados; y $P \to M$ un fibrado principal con grupo de estructura G (que supondremos $SU(2)$, aunque el caso $U(1)$ nos interesará más adelante), Witten considera:

1. Un invariante topológico del fibrado y de cada conexión $\mathcal{A}$. La clase de Chern-Simons: $CS(A)$, que está dada por:

$$CS(A) = \frac{1}{8\pi^2}\int_M \operatorname{tr}\,(A \wedge dA + \frac{2}{3}A \wedge A \wedge A)$$

2. La contribución de "observables físicos" dada por los componentes C_j del enlace, llamados líneas de Wilson $W_{C_j}(A)$ donde A es una conexión del fibrado y ρ_j es una representación de peso $\leq k+1$ asociada al grupo G como antes, para cada curva C_j.

$$W_{C_j}(A) = \operatorname{tr}_{\rho_j} \text{ (Holonomía de } A \text{ a lo largo de } C_j)$$

donde $\operatorname{tr}_{\rho_i}$ denota la traza con respecto a la representación ρ_j
y el peso $k \in \mathbf{Z}$ (o en $\frac{1}{2}\mathbf{Z}$ si $G = U(1)$).

Witten define entonces,

$$V_k(M.L) = \int_{A/g} \exp 2\pi i k CS(A) \quad \prod_j W_{C_j}(A) \quad DA\,.$$

donde $\mathcal{A} = \{A\}$ es el espacio de todas las conexiones sobre $P \to M$, que como el fibrado es topológicamente trivial, ahora si es el espacio vectorial de 1-formas de M con valores en el álgebra de Lie del grupo G. $A^1(M, \mathcal{G})$, y $\mathcal{G}$ es el grupo de norma $\mathcal{G} = C^\infty(M, G)$, o de automorfismos del fibrado P compatible con la acción del grupo G y que inducen la identidad a M

Hay que hacer varias observaciones:

1. La "medida" DA no está definida. De hecho todo el integrando es $\mathcal{G}$-invariante, pero el cociente $\mathcal{A}/\mathcal{G}$ no es un "buen" objeto matemático; no es variedad, no es Hausdorff, etc.

2. Sin embargo, los resultados que calcula esta integral han sido exactamente verificados por otros métodos, en especial usando la teoría de Grupos Cuánticos o Algebras de Hopf.

3. La integral como está, no produce un número fijo; su valor depende de fijar de antemano un "marco" (o framing) de la 3-variedad M y del enlace; y si cambiamos éstos, el valor de la integral cambia por un factor fase.

   Módulo este factor fase, Witten obtiene:

   i. Si $M = S^3$ y $G = U(1)$

   $$V_k(S^3, L) = \exp\left(\frac{2\pi i}{k}\sum_{i,j} L(C_i, C_j)\right)$$

   donde $L(Ci, Cj)$ es el número de enlace de las curvas Ci y Cj. Este no está definido si $i = j$, y para esto se necesita del "framing", que da la indeterminación por el factor fase.

   ii. Si $M = S^3$, $G = SU(2)$.

   $$V_k(S^3, L) = P_L\left(\exp\left(\frac{2\pi i}{2+k}\right)\right)$$

   donde P_L es el polinomio de Jones del enlace L. (Un invariante topológico del enlace, descubierto por V. Jones en 1985, [J]).

Es de notar que, contrario a lo que ocurría para la definición de los polinomios, el invariante de Witten está definido en forma intrínseca y no se obtiene a partir de proyecciones planas del enlace.

La idea de Witten para calcular cuándo $G = U(1)$ es usar la integral Gaussiana en dimensión infinita, o también como $G = SU(2)$:

Si $G = SU(2)$, la 3-variedad se puede "cortar" a lo largo de una superficie Σ_g que es cortada transversalmente en puntos X_j por algunas componentes del enlace L; obtenemos (Σ_g, X_j, ρ_j) .

Es decir (Σ_g, X_j, n_j) . (n_j el peso de la representación ρ_j, o de su complexificación).

En cada uno de los dos pedazos, usando "Fubini", la integral se descompone en dos factores, cada uno de los cuales corresponde a una sección del espacio vectorial $Z_k(\Sigma_g, n_i)$, excepto por la acción de $\mathcal{G}$. La integral total es un producto interior (que involucra la acción de $\mathcal{G}$), de estas dos secciones.

Repitiendo: a la 3-variedad orientada M^3, con frontera Σ_g y un enlace L_k donde las únicas curvas no cerradas empiezan y acaban en puntos marcados $\{X_i\} \subset \Sigma_g$, le corresponde un vector ψ_{M_s, L_s}, del espacio vectorial $Z_k(\Sigma_g, n_i)$, y la integral

$$V_k(M, L) = \langle \psi_{M_1, L_1}, \psi_{M_2, L_2} \rangle$$

donde $M = M_1 \cup_{\Sigma_g} M_2$, y esta correspondencia es factorial.

La indeterminación por los factores fase se verifica en la dependencia de la estructura holomorfa de Σ_g.

§3. Para Flujos en M

Ahora describo brevemente las ideas de un trabajo conjunto con A. Verjovsky [VV] y problemas pendientes por resolver.

Si tenemos en S^3 un campo vectorial X (o en M^3, como en §2), y una medida invariante μ por translaciones del flujo f_t de un -parámetro asociado a X y pensamos a las órbitas de f_t como "nudos difusos", y la medida como una herramienta para "localizar" o promediar la información correspondiente a estas órbitas, entonces es posible definir la línea de Wilson promedio (multiplicativo, con respecto a μ) del transporte paralelo con respecto a cada conexión $W_{X,\mu}(A)$, y escribir:

$$V_k(M^3, X, \mu) = \int_{A/\mathcal{G}} \exp 2\pi i k CS(A) \quad . \quad W_{X,\mu}(A) \quad . \quad DA \ .$$

Haciendo cálculos formales, cuando $G = U(1)$ y M como en el caso de Witten, obtenemos que:

Teorema:

$$V_k(M,X,u) = \exp \frac{2\pi i}{k} L(X,\mu)$$

donde $L(X,\mu)$ es el promedio con respecto a μ, del número de enlace de cualesquiera dos órbitas de f_t. Que este número existe y está bien definido, si imponemos ciertas condiciones en M, X y μ, fue demostrado por Arnold [Ar] y Khesin [KC].

Problema:
¿Qué se obtiene cuando $G = SU(2)$?

§4. Comentario Final

Las técnicas de teoría de norma han permitido entender mucho sobre los espacios de móduli de conexiones (planos, proyectivamente planos, auto-duales) que a su vez nos dan información sobre la variedad topológica o diferenciable con la que comenzamos.

En el caso en que M es una 4-variedad, cerrada, orientada y con ciertas restricciones topológicas (ver Donaldson [Do]) $\mathcal{M}_k$ el espacio de conexiones auto-duales con $c_2 = k$ y $G = SU(2)$, Donaldson utiliza la topología de $\mathcal{M}_k$ para encontrar invariantes de la estructura diferencial asociada a M. La referencia citada es un artículo expositorio de esto y los problemas que permanecen, que siguen mucho la línea de lo aquí expuesto.

Bibliografía

[A] **Atiyah, M.** *The Geometry and Physics of Knots.* Cambridge, Univ. Press, 1990

[AB] **Atiya, M., Bott, R.** The Yang Mills equations over Riemann Surfaces. *Philos. Trans. Roy. Soc. London* Ser. A 308 (1982)

[Ar] **Arnold, V.** The Asymptotic Hopf invariant and its Appl. (1974, in Russian). *Engl. Transl. in Sel. Mat. Sov.* 5(4)(1986)

[D] **Donaldson, S.** A new proof of a theorem of Narasimhan and Seshadri. *J. Diff. Geom.* 18 (1983)

[Do] **Donaldson, S.** Instantons in Yang Mills theory, in *the Interface of Mathematics and Particle Physics.* (Ed. by Quillen, Segal and Tsou). Oxford University Press, 1990

[J] **Jones, V.** Hecke algebra representations of Braid Groups and Link Polynomials, *Ann. Math* 26 (1987)

[KC] **Khesin, B; Chekanov, Y.** Invariants of the Euler equations for ideal or barotropic hydrodynamics and superconductivity in D dimensions. *Physica* D 40 (1989)

[N] **Newstead, P.** Topological Properties of some spaces of stable bundles. *Topology* 6 (1967)

[NS] **Narasimhan, M.; Seshadri, C.** Stable and Unitary vector bundles on a compact Riemann surface. *Ann. Math.* 82 (1965)

[RSW] **Ramadas, T.; Singer, I.; Weitsman, J.** Some Comments on Chern-Simons Gauge theory. *Comm. Math. Phys.* 126 (1989)

[T] **Thaddeus, M.** Conformal Field theory and the cohomology of the moduli space of stable bundles. *J. Diff, Geom.* 35 (1992)

[V] **Verlinde, E.** Fusion rules and modular transformations in 2*d* Conformal Field Theory. *Nucl. Phys.* B300 (1988)

[VV] **Verjovsky, A.; Vila Reyer, R.** The Witten-Jones invariant for flows on a 3-dimensional manifold. ICTP Preprint IC/90/291, 1991

[W] **Witten, E.** Quantum field theory and the Jones polynomial *Comm. Math. Phys.* 121 (1989)