

***EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN
EL REGISTRO DE IMAGENES DE RESONANCIA
MAGNETICA***

S. Botello and J. L. Marroquín

Comunicación Técnica No I-03-08/7-04-2003
(CC/CIMAT)



El Método de los Elementos Finitos en el Registro de Imágenes de Resonancia Magnética

S. Botello y J.L. Marroquín

botello@cimat.mx jlm@cimat.mx

Centro de Investigación en Matemáticas

Apdo. Postal 402 Guanajuato, Gto. 36000, México.

Resumen : El registro de imágenes es un problema que no ha sido resuelto en forma rigurosa, y tiene aplicaciones en diversos campos del procesamiento de imágenes en donde podríamos incluir el registro de imágenes Médicas de Resonancia Magnética. En el presente trabajo se muestran algunas ideas novedosas en la aplicación del Método de los Elementos Finitos que permiten mejorar los campos de deformaciones (ya sean estos pequeños o grandes), para registrar de forma adecuada un conjunto de imágenes. Para probar el buen comportamiento de nuestro método de registro presentamos algunos resultados tanto sobre imágenes sintéticas como reales. Se incluyen algunas aplicaciones de registro de Imágenes en 3 Dimensiones, que utilizan una técnica de corrección de intensidades, la cual ha demostrado ser eficiente en Resonancias Magnéticas Funcionales, en las que es muy importante localizar con precisión las zonas del cerebro que se activan bajo un estímulo.

1 Introducción

El problema de registro en imágenes consiste en encontrar la transformación geométrica que ponga dos imágenes dadas en la mejor correspondencia posible. Este problema dentro del campo de las imágenes Médicas, ha tenido una gran importancia en los últimos años. Una de sus aplicaciones más inmediatas es realizar el registro de un cerebro espécimen con el de un atlas anatómico [1] en el que se conoce perfectamente a qué corresponde cada uno de los voxeles que forman la imagen. El aplicar una buena técnica de registro de imágenes entre el atlas y el espécimen, nos permitiría segmentar muy fácilmente cada una de las partes que integran el cerebro del espécimen. Lamentablemente, hacer esto resulta una tarea muy compleja, dado que aunque el espécimen sea el de una persona normal y tenga el mismo tipo de órganos que el atlas, el volumen y la forma de estos es muy variable. Existirán zonas dentro de las imágenes que requieran deformarse poco y otras que requieran de grandes campos de deformaciones. Además dichas zonas pueden estar contiguas lo que provocaría gradientes muy grandes del campo de deformaciones. Si tomamos en cuenta que el número de voxeles que debemos manejar es muy grande (decenas de millones), el diseño de algoritmos óptimos resulta en un sustancial ahorro de tiempo de cómputo. Existen otras muchas aplicaciones, como la inicialización de algunos procesos de segmentación automática [15], en el que las técnicas de registro son empleadas para obtener las zonas de la imagen que corresponden al cerebro y además, inicializar la segmentación del mismo.

2 Antecedentes

En general, podríamos clasificar los métodos de registro en dos grandes grupos: Métodos Directos y los de Detección de Rasgos. Definiremos los Métodos Directos como aquellos que utilizan los datos crudos de las dos imágenes para estimar las transformaciones que deberán realizarse para obtener el registro de ambas. Por otro lado los Métodos basados en la Detección de Rasgos toman características globales de la información de las imágenes como contornos, superficies, etc., que ayudan a realizar el registro [2]. En el presente trabajo se abordan los Métodos Directos y de ellos haremos una revisión.

Dentro de los Métodos Directos podemos definir dos formas de realizar el registro, una denominada Registro Paramétrico en el cual por medio de unos pocos parámetros se logra hacer una deformación de toda la imagen. El modelo Afín o el modelo de transformación Rígida de una imagen serán ejemplos típicos de estos modelos. Por otro lado tenemos un modelo no-Paramétrico en el cual tenemos un campo de deformaciones que aplicamos en forma independiente a cada punto de la imagen. En ambos casos tenemos que resolver problemas no lineales que tienen mínimos locales y obviamente el utilizar el segundo modelo eleva la complejidad numérica del problema

Un método eficiente para realizar el registro entre imágenes es el de maximizar la Información Mutua [3] ya sea utilizando una analogía estocástica del método de descenso de gradiente[3] o bien métodos de computación evolutiva[22]. Se han presentado aplicaciones de esta técnica para el Registro Rígido y no Rígido de Imágenes[4, 5]. Si bien estas técnicas permiten considerar el efecto del cambio de intensidades entre las imágenes que se están registrando, tienen como inconvenientes su sensibilidad a la estimación inicial de la deformación y el que los tiempos que requieren para convergencia son muy grandes.

Se han presentado también algunos modelos basados en el registro no rígido de imágenes utilizando teoría de la elasticidad en sólidos [6]. Christensen[7] presentó un modelo basado en fluidos viscosos. En ambos casos se han resuelto Ecuaciones Diferenciales Parciales No Lineales para modelar el comportamiento de sólidos y fluidos deformables. Los modelos de fluidos viscosos han tenido un mejor desempeño, apoyándose en técnicas de multimalla [23], pero los tiempos de computación continúan siendo grandes.

Otra forma de abordar el problema es estimar el flujo óptico entre el par de imágenes que se requiere registrar. Para poder estimar el flujo óptico es necesario introducir restricciones en el campo de deformaciones pues este es un problema de los denominados mal planteados [8]. Al introducir restricciones de suavidad se regularizan los campos de deformaciones, los cuales se obtienen minimizando una función de energía que penaliza la diferencia de intensidades al cuadrado entre las dos imágenes, la cual se resuelve utilizando diferentes métodos de Newton modificados. Este grupo de métodos en la literatura se los conoce como SSD (Sum of Square Differences)[9].

La evolución de Curvas/Superficies se ha utilizado para estimar el campo de flujo óptico[10]. Estas ideas se han utilizado para generar un modelo basado en la evolución de curvas de nivel en el registro de imágenes (level-set)[11]. La idea principal en estos métodos es deformar la Imagen Fuente a lo largo de las normales a sus curvas de nivel de intensidad, con una velocidad de deformación que es proporcional a la diferencia entre la Imagen Destino y la Imagen Transformada.

En el presente trabajo se abordan los problemas de registro utilizando técnicas de deformación rígidas y no rígidas basándose en modelos de diferencias cuadráticas de intensidad (SSD) y también en la evolución de curvas de nivel para realizar grandes deformaciones. Cuando la distribución de las intensidades entre las imágenes que se quieren registrar es diferente, los métodos descritos anteriormente fallan, dado que están basados en igualar las intensidades entre las mismas. En la penúltima sección del presente trabajo presentamos una propuesta que reduce significativamente este problema y se presenta un ejemplo en donde se aplica al registro de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional sujeta a movimientos rígidos, que es el tipo de fenómeno que se presenta cuando son adquiridas las imágenes en la práctica [20], y si se utilizan métodos de registro tradicionales[3, 9, 18] se pueden presentar zonas de activación espúreas.

3 Registro Paramétrico de Imágenes

Para el Registro Paramétrico de Imágenes definimos una función de energía [19] de la forma:

$$U = \sum_{r \in \Omega} (I_1(r) - I_2(T(r)))^2 \quad (1)$$

En donde $r = (x, y, z)$ representa cada punto de la imagen en el dominio Ω (de $N_x \times N_y \times N_z$ voxeles). Notar que cuando la diferencia de intensidades es mínima, se ha realizado el registro de las imágenes. I_1 es la Imagen Destino e I_2 es la Imagen Fuente que se desea transformar mediante la aplicación de una transformación afín que tiene la forma:

$$T(r) = \hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 \\ \theta_9 & \theta_{10} & \theta_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_4 \\ \theta_8 \\ \theta_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

La transformación en este caso depende de 12 parámetros (las θ_i). Este es un problema no lineal dado que cada punto de la imagen sufre una transformación. Las estrategias de solución en general son del tipo Newton o Cuasi-Newton [12, 13]. Para poder aplicar estos métodos necesitamos encontrar las matrices Hessiana y Jacobiana de la función de energía, las cuales se obtienen derivando con respecto a los parámetros de la transformación afín, tendremos por ejemplo para θ_i :

$$\nabla U_i = \frac{\partial U}{\partial \theta_i} = 2 \sum_{r \in \Omega} (I_1(r) - I_2(\hat{r})) \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{r}} \frac{\partial \hat{r}}{\partial \theta_i} \quad (3)$$

Y podemos definir la matriz Jacobiana como:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2(T(0,0,0))}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial I_2(T(0,0,0))}{\partial \theta_{12}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial I_2(T(N_x, N_y, N_z))}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial I_2(T(N_x, N_y, N_z))}{\partial \theta_{12}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1(0, 0, 0) & \dots \\ \vdots & \ddots \\ J_1(N_x, N_y, N_z) & \dots \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$J = [J_1 \dots J_{12}] \quad (5)$$

$$\nabla U_i = \frac{\partial U}{\partial \theta_i} = 2 \sum_{r \in \Omega} (I_1(r) - I_2(\hat{r})) J_i \quad (6)$$

Las segundas derivadas tendrán la forma para cada entrada de la matriz Hessiana (H_{ij}) de una matriz de 12×12 :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = 2 \sum_{r \in \Omega} \left[(I_1(r) - I_2(\hat{r})) \frac{\partial^2 I_2(\hat{r})}{\partial \hat{r} \partial \hat{r}} \frac{\partial \hat{r}}{\partial \theta_i} \frac{\partial \hat{r}}{\partial \theta_j} + \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{r}} \frac{\partial \hat{r}}{\partial \theta_i} \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{r}} \frac{\partial \hat{r}}{\partial \theta_j} \right] \quad (7)$$

que podemos escribir como:

$$H = 2(S + J^T J) \quad (8)$$

Si se utiliza para el Método de Newton para minimizar (1) un paso iterativo en la solución al sistema de ecuaciones será (9) :

$$\theta_i^{t+1} = \theta_i^t - [H(\theta^t)]^{-1} \nabla U_i^t \quad (9)$$

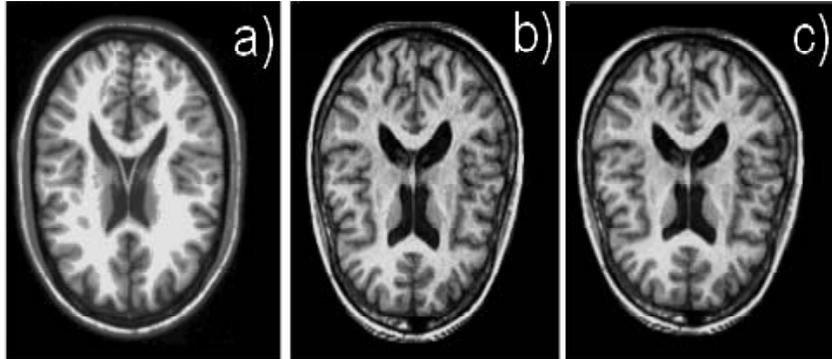


Figure 1: Registro Afin. a) Imagen Destino, b) Imagen Fuente c) Imagen Fuente Transformada.

Dentro de los métodos Cuasi-Newton se realizan diversas aproximaciones de la matriz Hessiana. Así, por ejemplo, si se utilizan el Método de Gauss-Newton [13] se desprecian los términos de segundo orden de la matriz Hessiana, es decir $H \approx 2(J^T J)$. Si se utiliza el Método BFGS[13] se realiza un cálculo inicial de la matriz Hessiana (por ejemplo Gauss-Newton) y después se hacen aproximaciones incrementales de la misma. El método BFGS ha demostrado ser el más eficiente desde el punto de vista computacional.

Cuando las transformaciones son muy grandes es recomendable utilizar técnicas de multiescala[16] para hacer el registro, en donde las imágenes son suavizadas y submuestreadas para obtener imágenes de menores dimensiones (a escalas mas "gruesas"), donde las deformaciones también serán más pequeñas, de tal suerte que el método numérico empleado convergerá más rápido a una solución, la cual será colocada como punto de arranque en el siguiente nivel del mapeo (escala mas fina). Si nos encontramos en el espacio de escalas en el nivel mas grueso (K), podemos pasar a la escala más fina (K-1) mediante una interpolación, la cual puede realizarse, por ejemplo, usando splines[17]. Debe notarse que al pasar del nivel (K) al nivel (K-1) deberemos escalar exclusivamente los términos de traslación ($\theta_4, \theta_8, \theta_{12}$) aplicando el factor de proporción adecuado, lo que permitirá pasar de una escala a otra de forma muy simple.

Un ejemplo de esta transformación afín es el presentado en la Figura 1, donde se muestra el tipo de deformaciones que pueden obtenerse. Como puede verse el registro entre ese par de imágenes no es muy detallado dado que el modelo de registro trata exclusivamente de encontrar las deformaciones de escalamiento, cizalladura y traslación de forma global entre ambas imágenes.

En esta técnica no se aplica directamente el Método de los Elementos Finitos para su solución, pero un nuevo modelo para corrección de intensidades, en el que si se aplica, se presenta al final de este trabajo, y está basado en el Registro Rígido de Imágenes, por lo que se presentó con todo detalle el método de solución afín.

4 Registro No-Paramétrico de Imágenes

En este caso deseamos realizar un registro más detallado en todas las imágenes por lo que definiremos un campo vectorial que puede variar punto a punto en las imágenes. En este caso la función de energía tiene la forma:

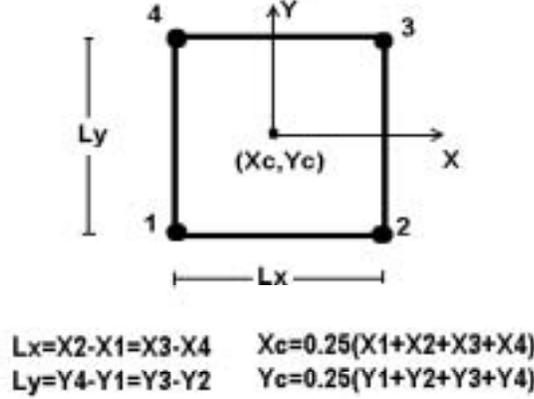


Figure 2: Definición del sistema coordenado para evaluar las Funciones de Forma dentro de un elemento finito en 2D.

$$U = \sum_{r \in \Omega} (I_1(r) - I_2(\hat{r}))^2 + [\lambda_x \lambda_y \lambda_z] \begin{bmatrix} \int_{\Omega} |\nabla u(r)|^2 d\Omega \\ \int_{\Omega} |\nabla v(r)|^2 d\Omega \\ \int_{\Omega} |\nabla w(r)|^2 d\Omega \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde las coordenadas actualizadas en la Imagen que se esta transformando son:

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + u(x, y, z) \\ y + v(x, y, z) \\ z + w(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \sum_{i=1}^m N_i(x, y, z) u_i \\ y + \sum_{i=1}^m N_i(x, y, z) v_i \\ z + \sum_{i=1}^m N_i(x, y, z) w_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

En donde las funciones de Forma o de Interpolación ($N_i(x, y, z)$) son las tradicionalmente empleadas por el Método de los Elementos Finitos para elementos rectangulares[14]. En general m es el número de nodos totales que dependerá del número de nodos del elemento y del número de elementos. Dado que los dominios en las imágenes son generalmente de lados paralelos, hemos utilizado elementos lagrangianos regulares de 8 nodos para 3 Dimensiones y 4 nodos para 2 Dimensiones. Las funciones de interpolación pueden escribirse fácilmente en función de las coordenadas espaciales de la imagen; por simplicidad vamos a definir el sistema coordenado en 2 Dimensiones dentro de un elemento cualquiera como se muestra en la Figura 2. Siguiendo la misma idea, las funciones de forma para 3 Dimensiones serán:

$$\begin{aligned} N_1 &= \left(\frac{X-X_2}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_4}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_5}{Lz} \right); N_5 = \left(\frac{X-X_2}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_4}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_1}{Lz} \right) \\ N_2 &= \left(\frac{X-X_1}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_3}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_6}{Lz} \right); N_6 = \left(\frac{X-X_1}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_3}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_2}{Lz} \right) \\ N_3 &= \left(\frac{X-X_4}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_2}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_7}{Lz} \right); N_7 = \left(\frac{X-X_4}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_2}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_7}{Lz} \right) \\ N_4 &= \left(\frac{X-X_3}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_1}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_8}{Lz} \right); N_8 = \left(\frac{X-X_3}{Lx} \right) \left(\frac{Y-Y_1}{Ly} \right) \left(\frac{Z-Z_1}{Lz} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

Para 2 Dimensiones serán exclusivamente 4 funciones de Forma en donde los términos en z serán iguales a 1. Definiremos una malla de elementos finitos que cubra todo el dominio de la imagen Ω , en donde para cada nodo tendremos como

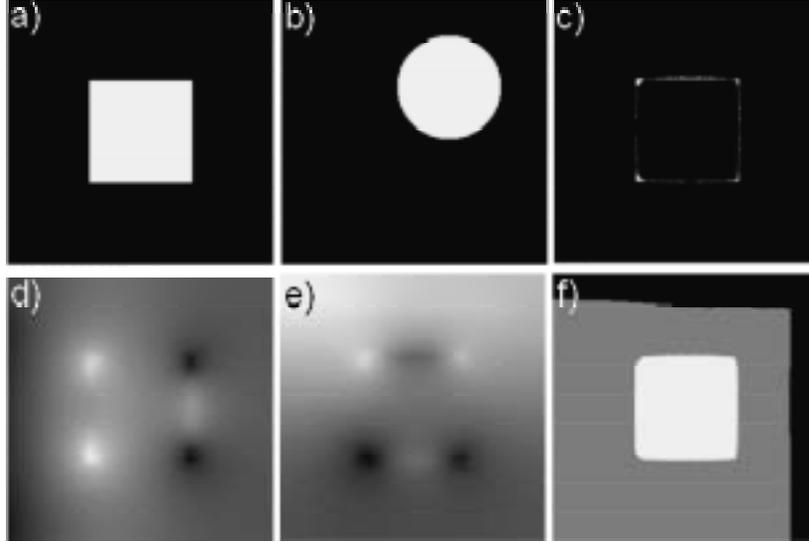


Figure 3: Ejemplo de registro de imágenes sintéticas. a) Imagen Destino, b) Imagen Fuente, c) diferencias entre Imagen Fuente Transformada e Imagen Destino, d) componente u del campo de deformaciones, e) Componente v del campo de deformaciones, f) Imagen Fuente Transformada.

incognitas tres variables que nos permitirán definir el campo de deformación con una variación suave en todo el dominio. Dicha suavidad dependerá de los parámetros de control λ_x , λ_y y λ_z .

Si aplicamos la misma estrategia de solución del apartado anterior tendríamos el gradiente de energía para las variables en el i -ésimo punto de control (∇U_i) como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial u_i} \\ \frac{\partial U}{\partial v_i} \\ \frac{\partial U}{\partial w_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \sum_{r \in \Omega} D(r) \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{x}} N_i(r) + 2\lambda_x \int_{\Omega} \frac{\partial N_i(r)}{\partial x} \sum_{J=1}^m \frac{\partial N_j(r)}{\partial x} u_j d\Omega \\ 2 \sum_{r \in \Omega} D(r) \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{y}} N_i(r) + 2\lambda_y \int_{\Omega} \frac{\partial N_i(r)}{\partial y} \sum_{J=1}^m \frac{\partial N_j(r)}{\partial y} v_j d\Omega \\ 2 \sum_{r \in \Omega} D(r) \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{z}} N_i(r) + 2\lambda_z \int_{\Omega} \frac{\partial N_i(r)}{\partial z} \sum_{J=1}^m \frac{\partial N_j(r)}{\partial z} w_j d\Omega \end{bmatrix} \quad (13)$$

Donde $D(r) = (I_1(r) - I_2(\hat{r}))$, es decir la diferencia entre las Imágenes Destino y la Transformada. Las componentes de la matriz Hessiana (H_{ij}) que relaciona los puntos de control ij será:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial u_i \partial u_j} & \frac{\partial^2 U}{\partial u_i \partial v_j} & \frac{\partial^2 U}{\partial u_i \partial w_j} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial v_i \partial u_j} & \frac{\partial^2 U}{\partial v_i \partial v_j} & \frac{\partial^2 U}{\partial v_i \partial w_j} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial w_i \partial u_j} & \frac{\partial^2 U}{\partial w_i \partial v_j} & \frac{\partial^2 U}{\partial w_i \partial w_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xx} + L_{xx} & F_{xy} & F_{xz} \\ F_{yx} & F_{yy} + L_{yy} & F_{yz} \\ F_{zx} & F_{zy} & F_{zz} + L_{zz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

donde de forma genérica pueden definirse los términos de la matriz Hessiana como:

$$F_{xy} = 2 \sum_{r \in \Omega} \left((I_1(r) - I_2(\hat{r})) \frac{\partial^2 I_2(\hat{r})}{\partial \hat{x} \partial \hat{y}} + \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{x}} \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{y}} \right) N_i(r) N_j(r) \quad (15)$$

$$L_{xx} = 2\lambda_x \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} d\Omega \quad (16)$$

De esta forma un paso iterativo en la solución al sistema de ecuaciones será:

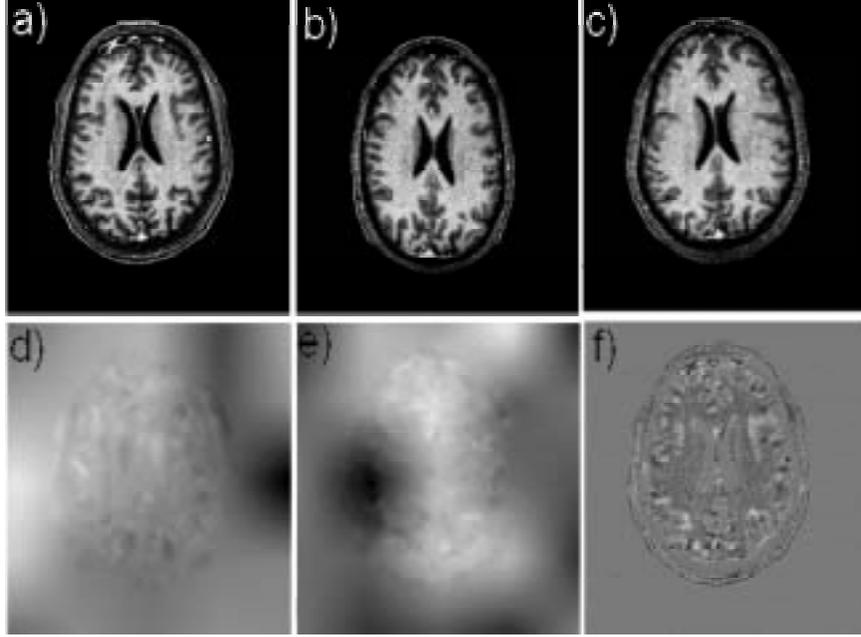


Figure 4: Ejemplo de registro de imágenes de Resonancia Magnética. a) Imagen Destino, b) Imagen Fuente, c) Imagen Fuente Transformada, d) campo de deformaciones u , e) campo de deformaciones v , f) diferencias entre Imagen Fuente Transformada e Imagen Destino.

$$\begin{bmatrix} u_i^{t+1} \\ v_i^{t+1} \\ w_i^{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i^t \\ v_i^t \\ w_i^t \end{bmatrix} - [\mathbf{H}(u^t, v^t, w^t)]^{-1} \nabla U(u^t, v^t, w^t) \quad (17)$$

En donde el gradiente que multiplica a la inversa de la matriz Hessiana, es el correspondiente al punto de control i . Un inconveniente de esta estrategia es que deberemos invertir matrices muy grandes si la discretización del espacio la deseamos realizar con un gran número de puntos de control. En el caso en que la Matriz Hessiana sea muy grande, es recomendable usar técnicas de Descenso de Gradiente o Descenso de Gradiente Newtoniano [12, 13].

Con objeto de probar las capacidades de nuestro algoritmo realizamos una prueba de registro de imágenes sintéticas de figuras geométricas simples. El objetivo de esta prueba es registrar dos imágenes de 256X256 pixeles en donde la Imagen Fuente es un círculo y la Imagen Destino en un cuadrado (Figura 3), las intensidades de las Imágenes Fuente y Destino son 100 para fondo y 200 para las figuras.

Los campos de deformaciones son suaves dado que para la discretización del espacio se utilizaron mallas de 16X16 elementos, lo que quiere decir que en cada elemento se cubre un área de 16X16 pixeles. La constante de regularización tiene un valor de $\lambda = 1$.

Las Imágenes Fuente Transformada tiene tres valores de intensidades, esto es debido a que al aplicar la transformación, hay algunos lugares de la Imagen Fuente que no existen y se les asigna un color diferente (0 para puntos que no existen, 100 para fondo y 200 para figura). Los campos de deformaciones tienen valores que

van desde 18.696 a 42.966 pixeles para u y -56.407 a -23.933 para v . El tiempo de ejecución es de 90 seg. en una PC a 1.8 Ghrz.

Un ejemplo de aplicación con imágenes reales es el de registrar dos imágenes que corresponden a Resonancias Magnéticas de diferentes sujetos. Son imágenes de 256X256 pixeles. El tiempo de registro es de 2 minutos en una PC a 1.8 Ghrz.. En la Figura 4 se muestran resultados de la transformación.

5 Registro Con Grandes Deformaciones

Cuando la deformación entre imagen fuente y destino es muy grande, el método anterior a menudo falla, debido a que el modelo de optimización queda atrapado en mínimos locales. En este caso, es mejor utilizar el método que describimos en esta sección.

La idea fundamental de esta aproximación es obtener el campo de deformaciones de la imagen basado en la evolución de curvas de nivel en el registro de imágenes (level-set)[11], es decir obtener un campo de deformaciones intermedio que tiene como dirección el gradiente de la imagen y como magnitud el error en el registro de la forma:

$$\begin{bmatrix} \hat{u}(r) \\ \hat{v}(r) \\ \hat{w}(r) \end{bmatrix} = \frac{(I_1(r) - I_2(\hat{r}))}{\|\nabla I_2(\hat{r})\|} \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{x}} \\ \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{y}} \\ \frac{\partial I_2(\hat{r})}{\partial \hat{z}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Este campo de deformaciones intermedio debe ser regularizado para imponer la restricción de suavidad, para lo cual ajustamos tres membranas desacopladas, las cuales minimizan la función de energía que puede escribirse en forma compacta como:

$$U = \sum_{r \in \Omega} \left(\begin{bmatrix} u(r) \\ v(r) \\ w(r) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{u}(r) \\ \hat{v}(r) \\ \hat{w}(r) \end{bmatrix} \right)^2 + \begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \\ \lambda_z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \int_{\Omega} |\nabla u(r)|^2 d\Omega \\ \int_{\Omega} |\nabla v(r)|^2 d\Omega \\ \int_{\Omega} |\nabla w(r)|^2 d\Omega \end{bmatrix} \quad (19)$$

Las tres membranas independientes tienen una variación espacial suave definida por las funciones de interpolación estándar del Método de los Elementos Finitos [14] que tienen la forma:

$$\begin{bmatrix} u(r) \\ v(r) \\ w(r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m N_i(r) u_i \\ \sum_{i=1}^m N_i(r) v_i \\ \sum_{i=1}^m N_i(r) w_i \end{bmatrix}$$

Las coordenadas actualizadas en la Imagen (\hat{r}) vienen dadas en (11). Al minimizar la función de costo, o sea derivar con respecto a cada uno de los parámetros de control e igualar a cero, tenemos que resolver tres sistemas lineales de ecuaciones, cuyo tamaño dependerá del número de puntos de control que se deseen utilizar para darle suavidad al campo de deformaciones. Además tenemos para ajustar la suavidad de las membranas los parámetros λ_x , λ_y y λ_z .

Si este algoritmo lo aplicamos en forma incremental, es decir cada cierto número de iteraciones cambiamos el sistema coordenado de referencia (inicializamos el campo de deformaciones a cero y nuestra Imagen Fuente es la Imagen Transformada hasta el momento), podemos lograr grandes deformaciones, conservando la objetividad del movimiento al poderse calcular una composición de transformaciones de forma muy simple.

Para probar la bondad de este algoritmo, realizamos dos ejemplos sintéticos. En el primero, mostrado en la Figura 5 puede verse la deformación que sufre una Figura Fuente para formar una **C**, mediante la aplicación de un campo vectorial que

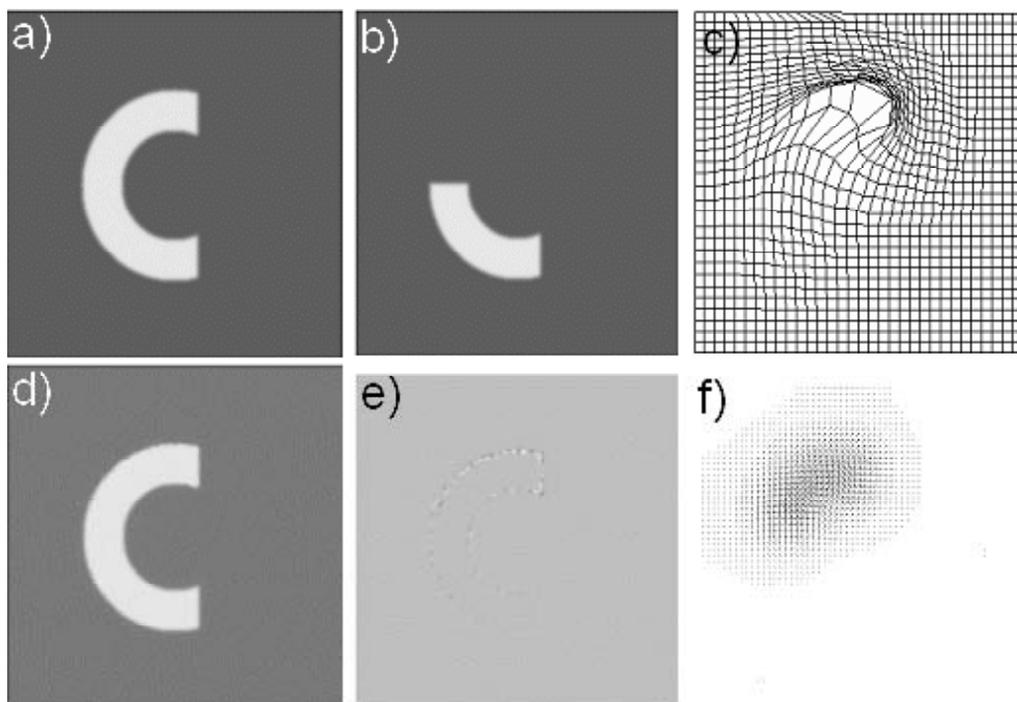


Figure 5: Ejemplo de registro de imágenes sintéticas. a) Imagen Destino, b) Imagen Fuente, c) malla deformada, d) Imagen Fuente Transformada, e) diferencias entre Imagen Fuente Transformada e Imagen Destino, f) campo vectorial.

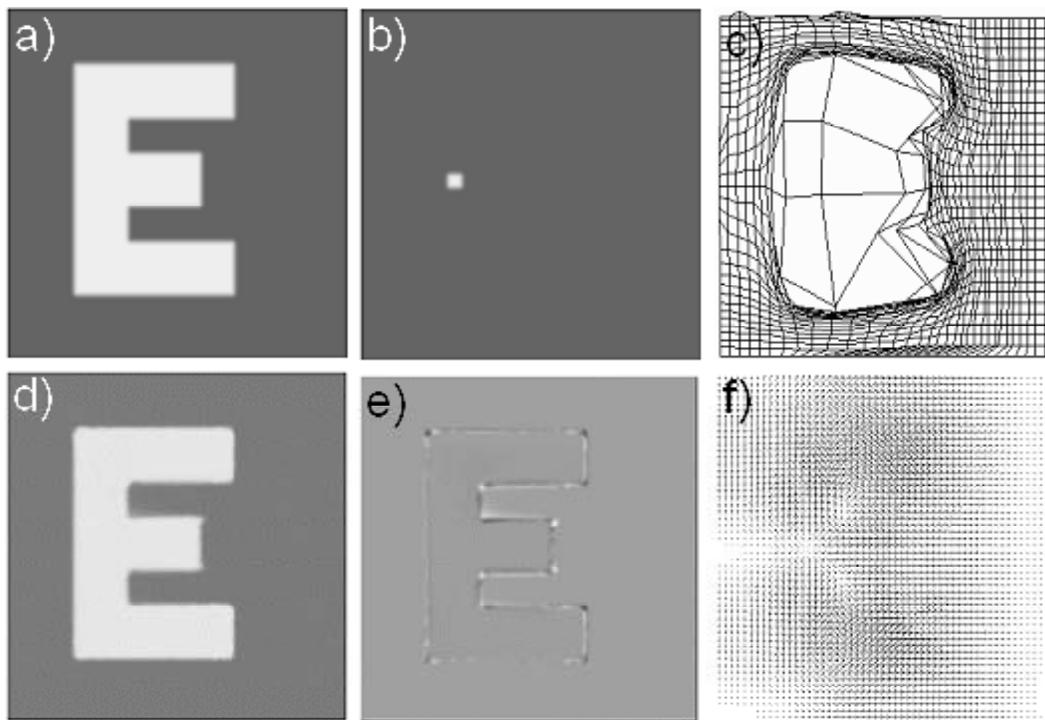


Figure 6: Ejemplo de registro de imágenes sintéticas. a) Imagen Destino, b) Imagen Fuente, c) Malla Deformada, d) Imagen Fuente Transformada, e) diferencias entre Imagen Fuente Transformada e Imagen Destino, f) campo vectorial.

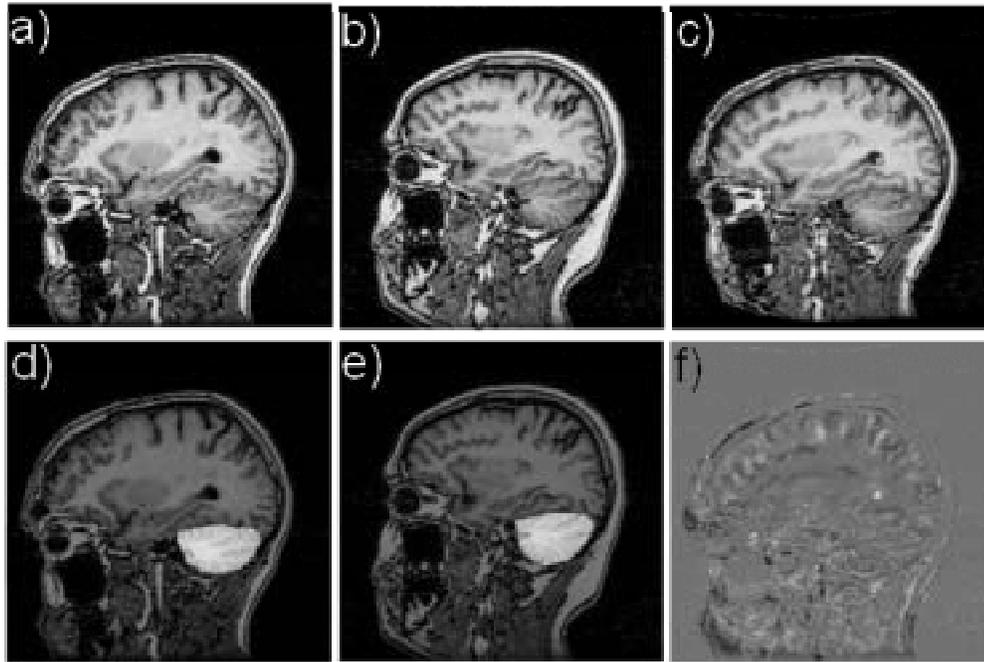


Figure 7: Ejemplo de registro de imágenes de Resonancia Magnética para segmentar el cerebelo. a) Imagen Destino, b) Imagen Fuente, c) Imagen Fuente Transformada, d) Imagen Destino con máscara de cerebro calculada, e) Imagen Fuente con máscara de cerebelo definida a mano f) diferencias entre Imagen Fuente Transformada e Imagen Destino.

sólo se presenta en la región donde existe la deformación. El segundo ejemplo es más complicado dado que de un punto se forma una \mathbf{E} , en este caso el campo de deformaciones afecta toda la imagen (ver Figura 6).

Se presenta a continuación otro ejemplo con imágenes reales de Resonancia Magnética. En este caso se tiene segmentado a mano el cerebelo de un volumen de imágenes de $256 \times 256 \times 256$ (Figura 7). El objetivo es aplicar el método de registro descrito anteriormente para obtener el campo de deformaciones que transforma la Imagen Fuente en la Imagen Destino. Dado que se tiene una máscara que indica en donde se encuentra el cerebelo en la Imagen Fuente, aplicamos el mismo campo de deformaciones a dicha imagen y de esta forma obtendremos una imagen de la máscara que aplicaremos a la Imagen Destino para segmentar automáticamente su cerebelo.

6 Registro Rígido con Corrección de intensidades

Para el registro rígido de imágenes con corrección de intensidades, definimos una función de energía en donde se incluye un término de membrana que hará que las intensidades entre el par de imágenes se ajusten. El término de membrana será penalizado de tal forma que sus gradientes estarán controlados por un parámetro λ de la forma:

$$U = \sum_{r \in \Omega} (I_1(r)\varphi(r) - I_2(\hat{r}))^2 + \lambda \int_{\Omega} |\nabla \varphi| d\Omega \quad (20)$$

En donde r representa cada punto de la imagen (x, y, z) en el dominio Ω . El registro buscado se se obtendrá al encontrar los valores de los parámetros de la transformación (de la cual se obtiene \hat{r}) que minimiza U , I_1 es la Imagen Destino e I_2 es la Imagen Fuente Transformada mediante la aplicación de (2). En este caso, las correcciones en intensidades se ajustan mediante una membrana que tiene la forma:

$$\varphi(x, y, z) = \sum_{i=1}^m N_i(x, y, z)\varphi_i \quad (21)$$

Para minimizar la ecuación de energía descrita en (20) necesitamos los gradientes y segundas derivadas de la función de costo con respecto a los parámetros de control, tal como se hizo en el apartado correspondiente al Registro Rígido de Imágenes(3)-(9).

Los gradientes de la función de costo respecto a los parámetros de la membrana que ajusta las intensidades son:

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi_i} = 2 \sum_{r \in \Omega} (I_1(r)N_i(r) - I_2(\hat{r})) + 2\lambda \int_{\Omega} \frac{\partial N_i(r)}{\partial x} \sum_{j=1}^m \frac{\partial N_j(r)}{\partial x} \varphi_j d\Omega \quad (22)$$

Para inicializar el algoritmo tendremos que el campo de ajuste de intensidades de la membrana vale 1.0 en todos los puntos de control (y por lo tanto en todo el dominio de la imagen).

Por simplicidad numérica se decidió hacer un algoritmo de dos pasos. En una primera fase se realiza el registro de las imágenes que corresponde a resolver un problema no-lineal buscando la mejor transformación afín. En la segunda se realiza el ajuste de una membrana con el objeto de igualar las intensidades, lo que corresponde a resolver un problema lineal de ecuaciones descrito en (22) igualando a cero. Se repite el algoritmo hasta convergencia.

Para probar el algoritmo usaremos imágenes sintéticas de Resonancia Magnética Funcional en 3D al cual se le aplica un campo de activación determinado. En la Figura 8 se muestra el tipo de imágenes que se están utilizando (cortesía de [20]). El volumen de información son imágenes de 62X62X28 voxeles. La activación que se incluye a las imágenes de Resonancia Magnética Funcional es del 12.4% de los voxeles del total de voxeles del cerebro y sus intensidades varían con una media del 1.26% y un valor máximo de 2.04%. El objetivo del experimento es encontrar soluciones para diferentes transformaciones rígidas (rotaciones y translaciones), con el objeto de simular diferentes movimientos que puede tener un paciente en el momento de la adquisición de este tipo de imágenes. A pesar de buscar un movimiento rígido, seguiremos tratando de determinar el movimiento afín. Una vez determinado el movimiento afín haremos la descomposición en valores singulares (SVD)[21], que es la factorización de una matriz en el producto de otras tres SVD. Una vez realizada esta descomposición, si la matriz Diagonal \mathbf{V} contiene solamente unos, se trata de una rotación y por lo tanto la rotación correspondiente puede calcularse entonces multiplicando las matrices \mathbf{SD} . Teniendo matrices de rotación es fácil determinar los ángulos de rotación de forma sistemática.

Para obtener la imagen que deseamos registrar, debemos de generar una Imagen Fuente que será la imagen del cerebro a la que se le añade la señal de activación y ruido, con una desviación media del 5%. Para probar el algoritmo, se realizaron una

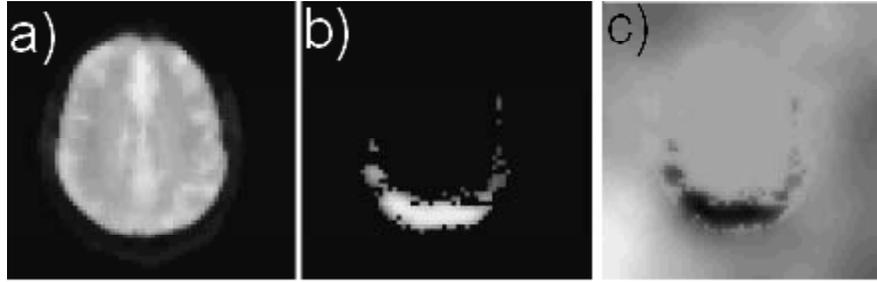


Figure 8: Imágenes simuladas de Resonancia Magnética Funcional. a) Imagen del cerebro, b) zona de activación, c) membrana que modela el ajuste de intensidades.

serie de 100 corridas de Monte Carlo en las que se aplicó a la imagen con activación una rotación aleatoria con ángulos de rotación uniformemente distribuidos ente $-\theta$ y θ grados y traslaciones aleatorias uniformemente distribuidas entre $-b$ y b pixeles. Se reportan dos resultados para diferentes amplitudes de los giros y transformaciones. En la Tablas I, II y III se muestran los resultados para el caso de giros aleatorios ente $\theta = 2^0$ y $b = 3$ pixeles. En la Tablas IV,V y VI se presentan resultados para $\theta = 5^0$ y $b = 5$ pixeles.

	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Error Mínimo	0.000207	0.000210	0.000018	0.000359	0.001094	0.000284
Error Máximo	0.095992	0.107604	0.076998	0.067421	0.087432	0.128429
Media del Error	0.029331	0.039430	0.018624	0.023870	0.034829	0.028946
Varianza del Error	0.021046	0.026823	0.015981	0.015048	0.020268	0.024225

Tabla I. Comparativo de Errores del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional utilizando el método descrito en el presente trabajo.

	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Error Mínimo	0.010111	0.015902	0.000744	0.083059	0.130805	0.000506
Error Máximo	0.126585	0.071957	0.045246	0.204078	0.288696	0.053754
Media del Error	0.073443	0.042903	0.014131	0.127606	0.190266	0.021607
Varianza del Error	0.19316	0.012138	0.009566	0.020363	0.027685	0.011971

Tabla II. Comparativo de Errores del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional utilizando el método SSD.

	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Error Mínimo	0.000865	0.000250	0.000467	0.020594	0.002056	0.000154
Error Máximo	0.178598	0.152672	0.092458	0.270668	0.375634	0.100555
Media del Error	0.062575	0.041287	0.032767	0.131868	0.157249	0.031275
Varianza del Error	0.046037	0.033669	0.025023	0.059187	0.070084	0.024312

Tabla III. Comparativo de Errores del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional utilizando el método de Información Mutua [3] .

	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Error Mínimo	0.000066	0.000005	0.000046	0.001036	0.000648	0.001365
Error Máximo	0.085997	0.084551	0.039470	0.048614	0.067331	0.094301
Media del Error	0.021800	0.023606	0.010683	0.023683	0.028633	0.025983
Varianza del Error	0.018197	0.018262	0.008211	0.011342	0.015717	0.017433

Tabla IV. Comparativo de Errores del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional utilizando el método descrito en el presente trabajo.

	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Error Mínimo	0.001635	0.002694	0.000216	0.067962	0.104891	0.000126
Error Máximo	0.314402	0.125424	0.106370	0.191926	0.334931	0.089535
Media del Error	0.069692	0.043385	0.017268	0.127939	0.188066	0.026908
Varianza del Error	0.040305	0.022307	0.015848	0.025450	0.036531	0.019274

Tabla V. Comparativo de Errores del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional utilizando el método SSD.

	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Error Mínimo	0.000437	0.000094	0.000487	0.013899	0.035665	0.000095
Error Máximo	2.714623	3.324769	2.072383	26.330957	4.417000	27.460077
Media del Error	0.150449	0.152144	0.180835	0.703183	0.276246	1.318212
Varianza del Error	0.382220	0.532258	0.318325	3.388982	0.5999997	5.171373

Tabla VI. Comparativo de Errores del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional utilizando el método de Información Mutua [3] .

En el conjunto de resultados anteriores cabe destacar lo siguiente: a) El método de registro más utilizado es el SSD [19] y como puede verse en la comparación de resultados es el que más errores presenta, lo cual se traduce en que se tienen zonas de activación espúrea inducidas por el registro; b) El método de Información Mutua [3] si bien mejora los errores mínimos, no siempre converge a un buen resultado, por lo que en algunos casos el error es muy grande y puede provocar también la activación de zonas espúreas; c) el método presentado en este trabajo muestra buen comportamiento ante la magnitud de movimientos que es de esperar en el registro de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional, en un tiempo de cálculo 5 veces menor que el de información mutua.

En la tabla VII se presentan resultados para una transformación rígida con ángulos de 1.0, 2.0 y 1.5 grados y traslaciones de 2.0, 1.0 y -1.0 voxels respectivamente. Se realizan cuatro tipos de ajustes con técnicas ya mencionadas anteriormente, en donde puede verse que la mejor aproximación es la que se obtiene con el presente trabajo. Indudablemente mejora los resultados de SSD pues hace una operación adicional para igualar las intensidades. Los resultados de Información Mutua en la implementación de Viola [3] y la de Maes [18], ofrecen un desempeño deficiente y consumen 5 veces más tiempo de cómputo. En la Figura 8 puede observarse el corrector al campo de intensidades c), que coincide muy bien con el campo de activación inicialmente propuesto b).

Método	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Movimiento real	1.0	2.0	1.5	2.0	1.0	-1.0
SSD[19]	1.045	2.032	1.498	2.050	1.094	-1.007
Maes[18]	1.039	2.025	1.375	1.930	1.070	-1.010
Viola[3]	0.950	1.990	1.530	2.130	1.110	-1.005
Presente Trabajo	1.012	2.004	1,501	1.980	0.960	-0.995

Tabla VII. Resultados del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional para pequeñas deformaciones.

Otra prueba con deformaciones angulares más grandes (ángulos de 2, 4 y 3 grados y traslaciones de 1.2,-0.8 y -1.5 voxeles respectivamente) y el comportamiento del algoritmo fue muy similar, tal como se muestra en la Tabla VIII.

Método	θ_1	θ_2	θ_3	b_1	b_2	b_3
Movimiento real	2.0	4.0	3.0	1.2	-0.8	-1.5
SSD[19]	2.045	4.033	2.990	1.290	-0.695	-1.478
Maes[18]	1.930	4.300	2.722	0.980	-0.69	-1.670
Viola[3]	1.963	4.011	3.123	1.250	-0.753	-1.507
Presente Trabajo	2.005	4.010	3,006	1.210	-0.793	-1.504

Tabla VIII. Resultados del Registro Rígido de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional para mayores deformaciones.

7 Conclusiones

En el presente trabajo se hace una descripción de los principales modelos para realizar el registro de Imágenes Médicas de Resonancia Magnética. Se presentan resultados para el registro de Imágenes Médicas utilizando Registro Paramétrico, no-Paramétrico, incluyendo grandes deformaciones y además se incluye una sección donde se presenta un modelo para la corrección de la variación espacial del contraste en el registro rígido de imágenes de Resonancia Magnética Funcional. El Método de los Elemento Finitos permite modelar campos que pueden tener variaciones controladas para realizar cálculos de deformaciones de las imágenes para el registro o bien modelar membranas para hacer la corrección de intensidades. También son utilizados los elementos finitos para regularizar campos de deformaciones que provienen de otras aproximaciones y lograr resultados de calidad.

Agradecimientos: Los autores del trabajo agradecen el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, México, bajo los proyectos 34575-A, 40721-Y.

References

- [1] C.A. Cocosco, V. Kollokian, R.K. Kwan, A.C. Evans. "Brian Web: On line Interface to a 3D MRI Simulated Brain Database", *Neuroimage* 5,4, part2/4, S425, 1997.
- [2] J.B. A. Maintz and M.A. Vierger, "A survey of Medical Image Registration", *Medical Image Analysis*, 2(1), 1-36, 1998.
- [3] P. Viola and W.M. Wells III, "Alignment by Maximization of Mutual Information", *Int Jour. Comp. Vision*.24(2),137-154, 1997.
- [4] C.Meyer et al. "Demonstration of accuracy and clinical versatility of mutual information for automatic multimodality image fusion using affine and thin-plate spline-warped geometric deformations", *Medical Image Analysis*, 1:195-206, 1997.

- [5] D. Rueckert, L.I. Sonda, D.L. G. Hill, C. Hqayes, M.O. Leach and D.J. Hawkes. "Nonrigid registration using free-form deformation: Application to breast MR images", *IEEE Trans. on Medical Images*, 18(8):712-721, 1999.
- [6] R. Bajscy and . S. Kovacic. "Multiresolution elastic maching", *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 46:1-21, 1989.
- [7] G.E. Christensen M.I. Miller and M. Vannier "Individualizing neuroanatomical atlases using a massively pararel computer", *IEEE Computer*, 1(29):32-38, 1996.
- [8] R. Szeliski and J. Coughlan, "Hierarchical spline-based image registration", *IEEE conf. Comput. Vision Patt. Recog.*, 194-201, 1994.
- [9] B.C. Vemuri et al. "An efficient motion estimator with aplicaction to medical image registration", *Medical Image Analysis*, 2(1):79-98, 1998.
- [10] A. Kumar, A. Tannenbaum and G. Balas. "Optical flow: A curve evolution approach", *IEEE Trans. on Image Procesing* 5(4):598-610, 1996.
- [11] B. C. Vemuri, J. Ye, Y. Chen and C. M. Leonard, "A level-set based approach to image registration", *IEEE Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis*, 2000, pp.86-93, 2000.
- [12] L.E. Scales *Introduction to Non-Linear Optimization*, Liverpool UK. Department of Computer Science University of Liverpool. 1984.
- [13] J. Nocedal and S.J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer, New York, 1999.
- [14] E. Oñate. *Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Fintos. Análisis Estático Lineal*, CIMNE Primera Edición 1992.
- [15] J. L. Marroquín, B. C. Vemuri, S. Botello, F. Calderón and A. Fernández Bouzas, "An Accurate and Efficient Bayesian Method for Automatic Segmentation of Brain MRI", . *IEEE Trans. on Medical Imaging*. Vol 21-8, 934-945. August 2002.
- [16] B.M.T.H. Romeny, *Geometry-Driven Diffusion in Computer Vision*. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Press, 1994.
- [17] M. Unser. Splines. "A perfect fitfor signal and image processing", *IEEE Signal Processing Magazine*, 22-38: November 1999.
- [18] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal, P. Suetens, "Multimodality image registration by maximization of mutual information", *IEEE transactions on Medical Imaging*, 16: 2, 187-198, April 1997.
- [19] Friston K.J., Ahsburner J., Frith C.D., Poline J.B. Heather J.D and Frackowiak R.S.J. "Spatial registration and normalization of images", *Hum. Brain Map.* 2, 165-189, 1995.
- [20] L. Fraire and J.F. Mangin. "Motion Correction Algorithms of the Brain Mapping Community Create Spurius Functional Activations", *Proc. Information Processing in Medical Imaging, IPMI* , Davis. CA, USA 2001.
- [21] W. H. Press, S.A. teukolsky, W. T. Vetterling and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in C*, Second Edition. Cambridge University Press, 1992.
- [22] M. Salomon, G.R. Perrin and F. Heitz "Diferencial Evolution for Medical Image Registration" , *Inter. Conf. on Artificial Intelligence*, Las Vegas, 2001.
- [23] W. Briggs. *A Multigrid Tutorial*, Society for Industrial and Applied Mathematics. Lancaster Press, 1988.