

# Estrategias evolutivas aplicadas en la optimización de problemas con interacción fluido-sólido

Salvador Botello, Humberto Esqueda, Arturo Hernández

Centro de Investigación en Matemáticas  
Jalisco s/n, Mineral de Valenciana  
Guanajuato, México  
Tel.: 52 473 732 71 55  
e-mail: botello@cimat.mx, esqueda@cimat.mx, artha@cimat.mx

Francisco Zárate, J. Gerardo Valdés

Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería  
Universidad Politécnica de Cataluña  
Barcelona, España  
Tel.: 34 93 205 7016; Fax: 34 93 401 6517  
e-mail: zarate@cimne.upc.edu, valdes@cimne.upc.edu

## Resumen

Se investiga la utilidad de las Estrategias Evolutivas en la optimización de un problema que requiere el análisis por el método de elementos finitos de un sólido junto con un fluido en movimiento. El problema consiste en la minimización del peso de una lámina sujeta al paso del aire a través de un conducto cerrado. El problema presentado tiene el interés de ser multidisciplinario, con esquemas de integración y acoplamiento entre formulaciones muy distintas y con una extensión directa a problemas de ingeniería estructural, mecánica y aeronáutica.

**Palabras clave:** *Estrategias Evolutivas, interacción fluido-estructura.*

## APPLYING EVOLUTION STRATEGIES TO THE OPTIMIZATION OF FLUID-SOLID INTERACTION PROBLEMS

## Summary

The utility of Evolutionary Strategies in optimization of fluid-solid coupled problems that requires finite element analysis is researched. The problem consists on minimization of shell weight under dynamic loads product of air stream in a conduit. The presented problem has multidisciplinary interest, with different integration schemes and formulation join in a simple manner. A direct extension of the problem solve could be extend easily to structural, mechanic and aeronautic problems.

**Keywords:** *Evolutionary Strategies, fluid-structure interaction.*

## INTRODUCCIÓN

El concepto de optimización tiene una gran importancia dentro de la mayoría de los campos del quehacer humano, pues continuamente se busca obtener los mayores beneficios empleando en ello la menor cantidad de recursos posibles para cumplir ciertas tareas en forma satisfactoria. En la ingeniería abundan los problemas de optimización, tratando siempre de reducir los costos de producción, materiales, mano de obra, etc.. Durante muchos años y aún en nuestros días, el proceso de optimización se hace simplemente mediante “prueba y error”. Aunque pueden obtenerse buenos resultados por este medio, es claro que es completamente ineficiente, y los ensayos pueden ser muy costosos.

Ahora bien, el proceso de optimización puede hacerse en forma mucho más eficiente y económica si se apoya en métodos numéricos y simulaciones por computadora. Existen una gran variedad de técnicas numéricas que se han empleado exitosamente en problemas de optimización de diversa índole. En los últimos años han cobrado un gran auge los algoritmos evolutivos, que se han aplicado en forma satisfactoria en problemas de optimización donde las técnicas clásicas no se pueden utilizar. Dichas técnicas intentan simular la evolución natural de las especies, y tienen componentes estocásticos. En este trabajo se emplean las Estrategias Evolutivas como herramienta de optimización.

En los últimos años se ha perfeccionado el Método de los Elementos Finitos (MEF) como herramienta de simulación de una amplia variedad de fenómenos físicos. La simulación aunada a la optimización evita la fabricación de numerosos prototipos, reduciendo los costos. En este trabajo se optimiza una lámina que está sujeta a cargas dinámicas provocadas por un fluido en movimiento gobernado por las ecuaciones de Navier Stokes. Al tiempo se calcula el comportamiento estructural de la lámina mediante un programa elástico no lineal con grandes deformaciones, todo ello acoplado de forma débil de manera que el cambio en la geometría afecta el dominio de solución del fluido y al tiempo las presiones actúan como cargas sobre la estructura. La solución de estos problemas por el MEF es un campo relativamente reciente, y se siguen buscando técnicas que permitan resolver el problema en forma rápida y eficiente.

## ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS

Las estrategias evolutivas<sup>1,2</sup> son técnicas heurísticas que imitan los procesos evolutivos de las especies en la naturaleza, y que han sido utilizadas en la solución de problemas de optimización. Están basadas en una población de individuos, y utilizan los operadores de recombinación, mutación y selección en la búsqueda de la mejor solución en variables reales.

En este trabajo se empleó una estrategia evolutiva EE- $(\mu+\lambda)$ , donde un conjunto de  $\mu$  padres se utiliza para generar  $\lambda$  hijos en cada generación. En dicha estrategia, los  $\mu$  padres junto con todos sus  $\lambda$  hijos son reunidos en un mismo conjunto del cual se seleccionan los  $\mu$  individuos mejor evaluados, es decir, con mejor *aptitud*. Para la generación de los  $\lambda$  hijos, se utilizan los operadores de recombinación y mutación aplicados sobre los  $\mu$  padres.

La recombinación consiste en el intercambio de información entre las variables objetivo de los padres. La mutación consiste en realizar pequeños cambios aleatorios en las variables objetivo. Las mutaciones en las estrategias evolutivas usan un control sobre el tamaño del cambio aleatorio (desviación estándar). Dichas desviaciones estándar (llamadas variables de control) forman parte de la información de cada uno de los individuos de la población, y por lo tanto también se les aplican los operadores de recombinación y mutación para modificarlas, teniéndose entonces un proceso auto-adaptable. En cada individuo, se tiene una variable de control por cada variable objetivo. El algoritmo general de una estrategia evolutiva es el siguiente:

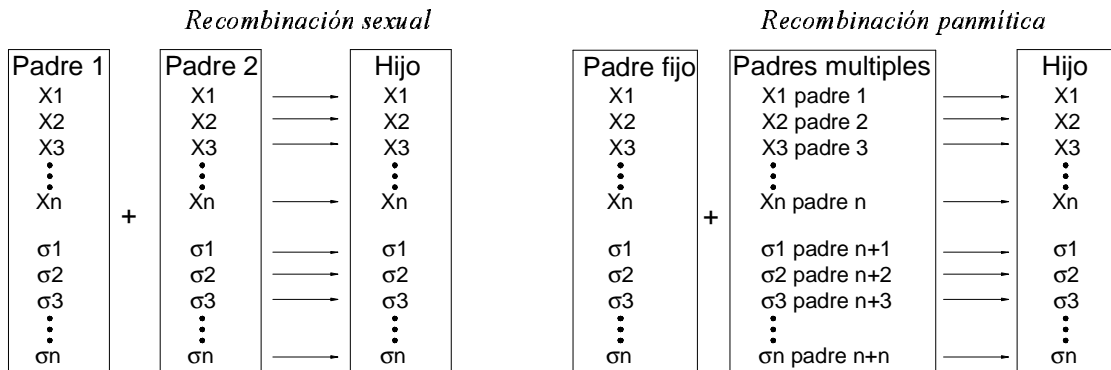
Iniciar con una población de  $\mu$  padres y evaluar su aptitud, y repetir desde  $t=0$  hasta  $t= max\_gen$

- Recombinación: producir  $\lambda$  hijos a partir de los  $\mu$  padres, recomblando variables de control y variables objetivo.
- Mutación: realizar una mutación a cada uno de los  $\lambda$  hijos. Primero deben mutarse las variables de control, y luego se hace la mutación de las variables objetivo.
- Evaluación: calcular la aptitud de cada hijo.
- Selección: Seleccionar los  $\mu$  individuos que pasan a la siguiente generación.

Puede añadirse al algoritmo criterios de paro adicionales al número máximo de generaciones, basados en estancamiento y/o convergencia de la solución.

### Recombinación y mutación

La recombinación es el operador con el cual la información contenida en los individuos de la población es compartida para crear nuevos individuos. Se tienen dos formas básicas de hacer la recombinación: la sexual, en la que se eligen dos padres para la recombinación de todos los parámetros, y la panmítica. En este tipo de recombinación, en la generación de cada hijo se elige un solo padre, el cual se utiliza en la recombinación de todos los parámetros, pero se elige un padre distinto para hacer la recombinación de cada uno de los parámetros, tal como se muestra en la parte derecha de la Figura 1. La selección de los padres que intervendrán en la recombinación se hace en forma aleatoria, sin tener preferencia por alguno de ellos (en la recombinación panmítica puede haber padres repetidos).



**Figura 1.** Esquemas básicos de recombinación en Estrategias Evolutivas

Para las dos formas mencionadas de la recombinación se tienen las mismas variantes numéricas de hacerlas. Estas formas son:

- Recombinación discreta. Cada parámetro toma el valor de uno de los padres escogido al azar.
- Intermedia: Si  $x_1$  y  $x_2$  son los valores de los padres, el valor del hijo estará dado por  $x = (x_1 + x_2)/2$ .
- Generalizada: Si  $x_1$  y  $x_2$  son los valores de los padres, el valor del hijo estará dado por  $x = x_1 + \eta(x_1 + x_2)$ , donde  $\eta$  es un número aleatorio en el rango  $[0,1]$ .

La mutación es el operador principal de las estrategias evolutivas, consistente en alterar una variable mediante un número aleatorio, y son estas mutaciones las que efectúan la búsqueda esencial. Primero deben mutarse las variables de control, y posteriormente las variables objetivo. La mutación de las variables de control se realiza mediante<sup>1</sup>

$$\begin{aligned}\sigma'_i &= \sigma_i \exp(\tau'N + \tau N_i) \\ \tau &= \frac{1}{4n^{0,25}} \\ \tau' &= \frac{1}{\sqrt{2n}}\end{aligned}\tag{1}$$

Donde  $n$  es el número de variables objetivo, y  $N_i$  y  $N$  son números aleatorios con distribución normal con media cero y desviación estándar 1. La diferencia es que  $N_i$  se genera para cada variable de control, mientras que  $N$  permanece fijo durante toda la mutación.  $\tau$  y  $\tau'$  son constantes equivalentes en función al factor de aprendizaje en las redes neuronales. Una vez efectuada la mutación de las variables de control se procede a la mutación de las variables objetivo mediante

$$x'_i = x_i + N(0, \sigma_i)\tag{2}$$

Las mutaciones de las variables objetivo se hacen por adición de un número aleatorio con distribución normal con media cero y desviación estándar correspondiente al valor de la variable de control. El uso de mutaciones con distribución normal tiene el propósito de que los cambios pequeños sean más probables que los grandes.

### Selección. Manejo de restricciones por ordenamiento estocástico

Uno de los operadores fundamentales en todo algoritmo evolutivo es el de selección, pues es el que decide cuáles individuos son los que pasarán a la siguiente generación para generar nuevos individuos. En estrategias evolutivas aplicadas en optimización sin restricciones, lo que se emplea es selección por truncamiento, que consiste en un simple ordenamiento de los individuos por su valor de aptitud y se eligen los  $\mu$  individuos mejor posicionados. Sin embargo, en problemas con restricciones la selección de los más aptos no es trivial. En este caso la gran mayoría de las técnicas de selección se basan en aplicar alguna forma de penalización al valor de aptitud. En este trabajo se utiliza un método de ordenamiento denominado ordenamiento estocástico (stochastic ranking<sup>3</sup>). No requiere una función de penalización muy elaborada, y resulta igual de útil tanto para problemas con soluciones en la frontera de la región factible, como para aquellos donde el óptimo se encuentra totalmente dentro de dicha zona.

El ordenamiento estocástico consiste en realizar una clasificación de los individuos por medio de un algoritmo tipo burbuja, haciendo las comparaciones de la manera siguiente:

- Si ambos individuos son *factibles*, se hace la comparación por valor de aptitud.
- Si uno o ambos individuos no son factibles, se realiza la comparación por valor de aptitud o por valor de penalización siendo aleatoria la selección del criterio.

El orden inicial de los individuos debe ser aleatorio. Aunque el proceso de ordenamiento está basado en el método de la burbuja, se recomienda que el número de barridas dadas a la población sea menor que el tamaño de la población, lo que reduce el costo del algoritmo y proporciona un excelente balance entre individuos factibles y no factibles que pasan a ser seleccionados. Para la implementación utilizada en este trabajo, la función de penalización se escogió simplemente como la suma de los valores de las restricciones violadas. Entonces, el mecanismo de selección empleado aquí es escoger los  $\mu$  individuos mejor posicionados después de aplicar el ordenamiento estocástico a los  $\mu + \lambda$  individuos de la población.

## INTERACCIÓN FLUIDO-SÓLIDO

Estos problemas son bastante complicados, al grado que sigue siendo un tema abierto a la investigación. Las referencias 4 y 5 tratan sobre soluciones recientes a este tipo de problemas. En este trabajo se empleó una implementación desarrollada para el trabajo de tesis doctoral de Jesús Gerardo Valdés en el CIMNE de la Universidad Politécnica de Cataluña<sup>9</sup>.

En dicho trabajo se utiliza una formulación de membrana para el sólido resolviendo la ecuación de momentum lineal que es

$$\rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial P_{ji}}{\partial X_j} + \rho_0 b_i \quad (3)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad en configuración de referencia,  $v_i$  es la velocidad en dirección  $i$ ,  $t$  es el tiempo,  $P_{ji}$  son los coeficientes del primer tensor de Piola-Kirchhoff,  $X_j$  es la componente del vector de posición en configuración de referencia en dirección  $j$ , y  $b_i$  son las fuerzas másicas en dirección  $i$ .

También se resuelve la formulación ALE (Lagrangiana-Euleriana Arbitraria) de Navier-Stokes incompresible para el fluido, que permite mover la malla del fluido sin tener necesidad de hacer un remallado, junto con la ecuación de continuidad quedando para resolver

$$\rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + c_j \partial_j v_i \right) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i \quad (4)$$

$$v_{i,i} = 0$$

donde  $\rho$  es la densidad en la configuración actual,  $c_j$  es la velocidad convectiva,  $\partial_j v_i$  es el tensor gradiente izquierdo de la velocidad,  $\sigma_{ij}$  son las componentes del tensor de tensiones de Cauchy,  $x_j$  es la componente del vector de posición en configuración actual en dirección  $j$  y  $v_{i,i}$  es la divergencia de la velocidad.

El sólido es resuelto con un método quasi-estático (*solver* CSD) mientras que para el fluido se utiliza el método de los pasos fraccionados<sup>6</sup> (*solver* CFD). Para la interacción se utiliza la técnica *stagger* que se describe más adelante.

Para la solución de un problema se necesitan dos mallas de elementos finitos, una para el dominio del fluido y otra para el dominio del sólido, cada una con sus respectivas condiciones de contorno, y las características físicas de los medios que intervienen en el sistema. Es necesario indicar explícitamente cuál es la zona o zonas donde ocurre el acoplamiento entre los dos problemas. El esquema de solución utilizado es el siguiente:

Dado un tamaño de paso de tiempo y el tiempo de análisis de la simulación (es decir, el número de pasos de tiempo a utilizar), emplear unos cuantos pasos de tiempo iniciales para resolver únicamente el problema del fluido para lograr una estabilización inicial, y entonces se aplica la técnica *stagger* consistente en:

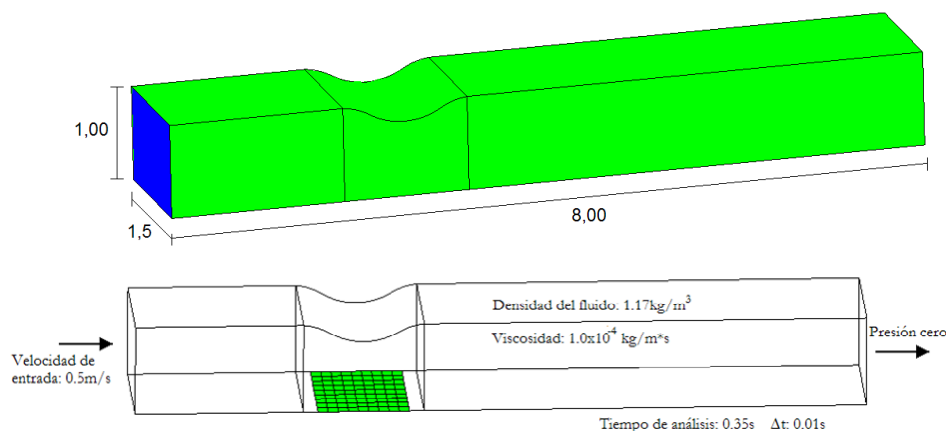
- Calcular las velocidades y las presiones en el fluido no lineal (CFD), y transmitir las presiones en la zona de acoplamiento al sólido.
- Con las presiones obtenidas, calcular los desplazamientos, deformaciones y esfuerzos en el sólido no lineal geoméricamente (CSD).
- Con los desplazamientos del sólido calculados, *mover* la malla de elementos finitos del fluido (*solver* CMD) para ajustar las condiciones de contorno entre el fluido y el sólido. Esto con el fin de que los contornos del fluido y del sólido sigan permaneciendo unidos.
- Repetir este proceso hasta completar los pasos de tiempo deseados.

Como se podrá entender, este esquema de solución resulta computacionalmente muy costoso, pues en cada paso de tiempo se requiere resolver varias veces un sistema de ecuaciones cuyo tamaño dependerá del número de nodos que tengan las mallas de elementos finitos. Es evidente que entre más finas sean las mallas empleadas, mejor será la solución obtenida, aunque también será más cara. El costo computacional también dependerá del número de pasos de tiempo utilizados.

El acoplamiento realizado entre el programa de fluidos y el de sólidos consiste en una interfaz transparente para los códigos ya que solo tienen que informar la malla utilizada y los valores de las variables nodales en el momento de compartir los datos. El programa de interpolación realiza el traslado de las variables nodales entre las mallas utilizadas por cada uno de los programas de manera que no tienen que ser coincidentes. Este esquema de acoplamiento tiene el inconveniente de no verificar el equilibrio y por ende los pasos de tiempo que se deben seguir deben ser pequeños. Por el contrario, permite unir programas y formulaciones muy diversas de manera simple, eficaz y rápida como se ha podido constatar en estos ejemplos, siendo obvio que su uso resulta sencillo.

## OPTIMIZACION DE UN PROBLEMA FLUIDO-SÓLIDO

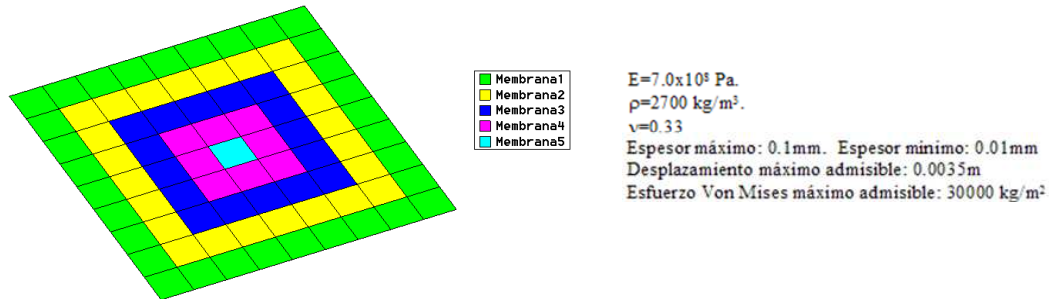
Este ejemplo intenta explorar las posibilidades de optimización de un proceso multifísico donde el acoplamiento entre programas de fluidos y estructuras es esencial. El problema se define como la minimización del peso de una membrana sujeta a cargas dinámicas originadas por el paso de un fluido a través de un conducto cerrado. En la Figura 2 se muestra la geometría del problema así como los principales datos del problema.



**Figura 2.** Geometría y dimensiones del problema. Longitudes en metros

Por la parte frontal del conducto entra un fluido con velocidad constante y uniforme, y circula por él hasta salir por el otro extremo. Todas las paredes del conducto se consideran rígidas, con excepción de la parte correspondiente a la membrana. La velocidad del fluido es nula en las paredes y la presión tiene valor nulo en la salida del conducto. La lámina flexible está ubicada justo en una zona donde el conducto tiene un cambio de sección, lo que provoca un aumento de la velocidad del fluido y al tiempo una disminución de la presión. Debido al cambio de presión la membrana se deforma, cambiando de forma no lineal la sección del conducto a lo largo del tiempo. Se trata de un problema dinámico donde un fluido interactúa con un sólido deformable.

La lámina está dividida en 5 secciones concéntricas (Figura 3) cada una de ellas de espesor diferente, siendo el espesor de cada sección las variables de diseño.

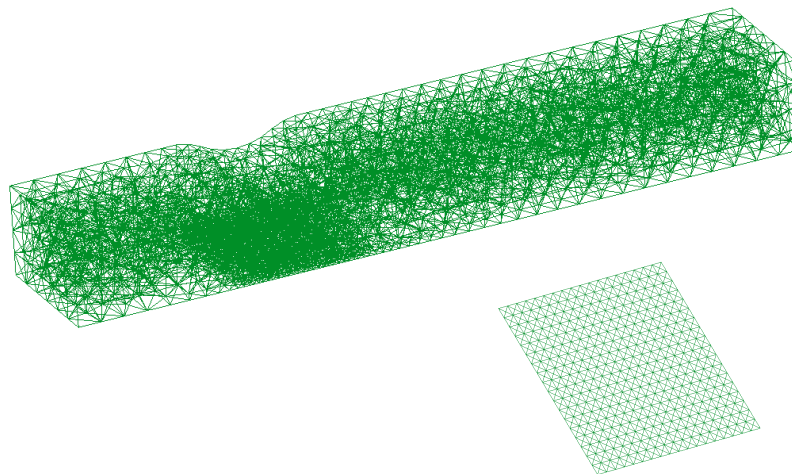


**Figura 3.** Secciones en que se divide la lámina a optimizar, propiedades mecánicas y datos de diseño

Las restricciones del problema de optimización son el esfuerzo máximo admisible y el desplazamiento máximo admisible en cualquier instante de tiempo. La determinación del tiempo de avance en el esquema de integración es un aspecto crítico de la solución del problema así como el tiempo de análisis de la simulación para alcanzar una deformación estacionaria o periódica de la lámina. Un paso de tiempo muy pequeño dará una descripción muy precisa del comportamiento del sistema, pero tendrá un costo computacional muy elevado. Un paso de tiempo grande tendrá un costo computacional más bajo, pero la solución obtenida será muy burda y se corre el riesgo de no poder capturarla con suficiente precisión.

Debido a que el espesor de la membrana es una variable de diseño, también lo es la rigidez y por lo tanto sus modos de vibración, haciendo que el paso de tiempo adecuado para cada caso sea diferente. De forma que el tamaño de paso se determinó manualmente, ejecutando algunos ejemplos en forma separada y observando los resultados que se tenían para distintos tamaños de paso.

En la Figura 4 se muestran las mallas de elementos finitos utilizadas para la solución del fluido y del sólido. La malla para el fluido consta de 34757 elementos tetraédricos de 4 nodos, teniéndose 7072 nodos en total. Para la lámina, la malla tiene 1296 elementos triangulares BST<sup>8</sup> de tres nodos, con 685 nodos en total.

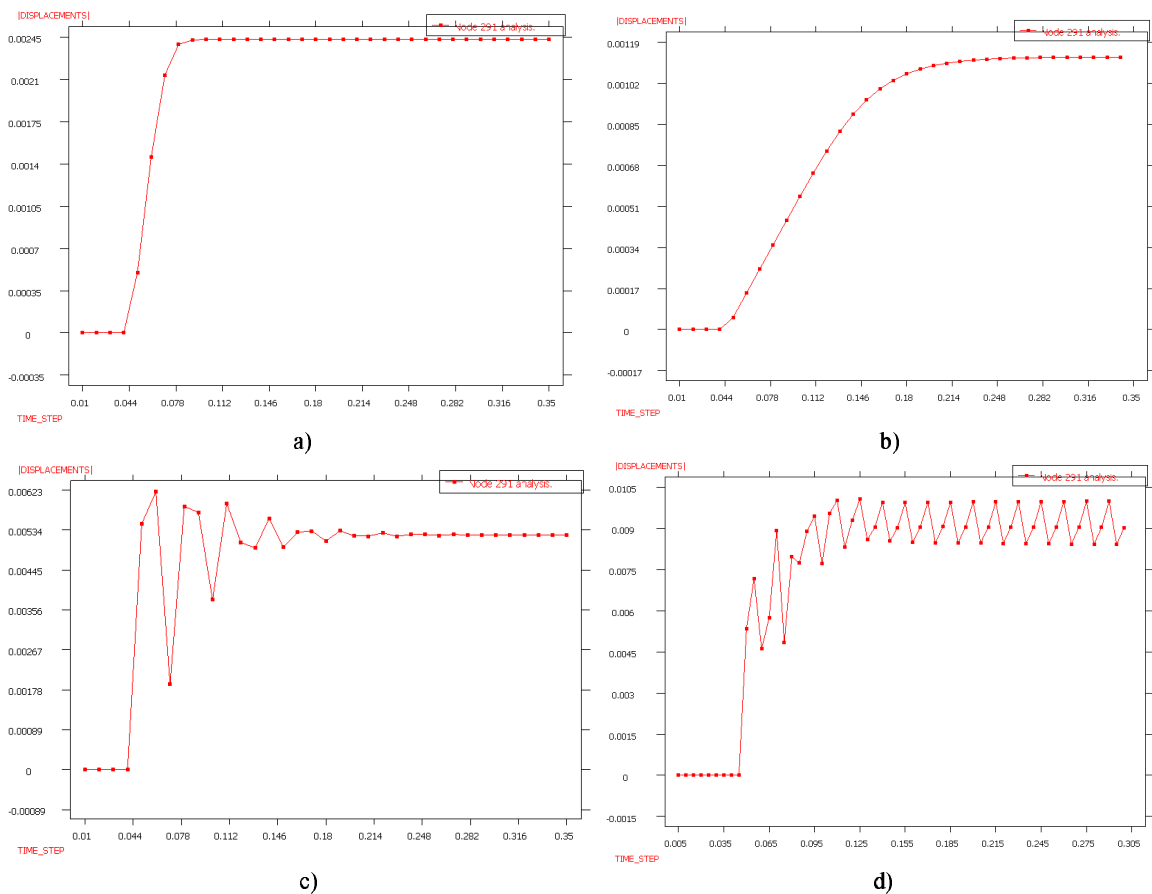


**Figura 4.** Mallas de elementos finitos utilizadas para el fluido y para el sólido

Las gráficas de la Figura 5 muestran los resultados obtenidos para el desplazamiento máximo de la membrana para distintas simulaciones en donde se varía el espesor de la membrana y el paso de tiempo. Los primeros pasos de tiempo tienen un desplazamiento nulo, necesario debido a que el programa de fluidos debe iniciar con un flujo estable en el conducto antes de establecer el acoplamiento entre los programas.

Como puede observarse, los resultados son muy diversos. La solución se presenta estacionaria o con vibraciones periódicas en función de las variables empleadas. La figura 5a) corresponde a una membrana con espesor uniforme de 0.1mm, y un  $\Delta t$  de 0.01 segundos. En la figura 5b) el espesor de la lámina es de 1.0mm, y un  $\Delta t$  de 0.01 segundos. La figura 5c) el espesor es de 0.01mm para un  $\Delta t$  de 0.01 segundos. Finalmente la figura 5d) el espesor es de 0.01mm y  $\Delta t$  de 0.005 segundos. En todos los casos el tiempo de análisis es de 0.35 segundos.

Los resultados mostrados en esta figura pretenden dar una idea de la variedad de comportamientos existentes en el problema y por ende la complejidad de este.



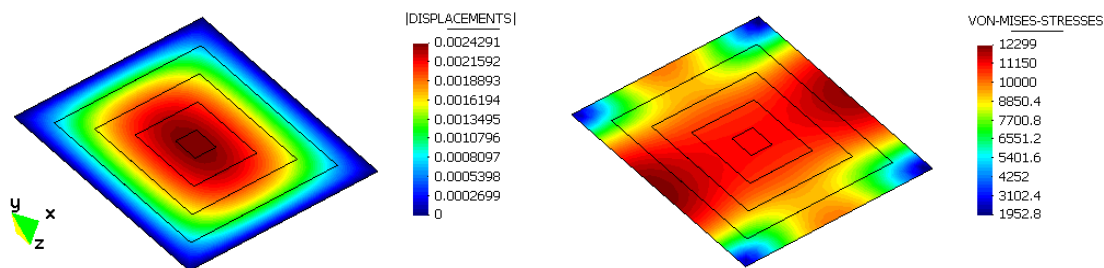
**Figura 5.** Gráficas del desplazamiento total (valor absoluto) del punto central de la membrana para diferentes condiciones de espesor de membrana y tamaño de paso de tiempo

En la Figura 6 se muestran resultados de desplazamientos y esfuerzos en un instante de tiempo, correspondientes a la membrana de parte b) de la Figura 5. En ella se ve que el punto de mayor desplazamiento es efectivamente el centro de la lámina. También se aprecia que los esfuerzos Von Mises máximos están localizados en los extremos de la membrana,



sobre la parte central. Podríamos esperar que la solución al problema consista en espesores grandes en las orillas de la lámina, y espesores menores en la parte central.

Una vez definidas las condiciones de diseño del problema, puede procederse a la optimización con algoritmos evolutivos. Aunque este problema puede abordarse con variables continuas, se prefirió utilizar una versión discreta de las estrategias evolutivas con la finalidad de reducir el espacio de búsqueda. También se optó por ese esquema de solución para poder emplear un sistema de identificación de los individuos que ya se hubieran evaluado en algún momento durante el proceso evolutivo. Esto tuvo la finalidad de evitar el recálculo de individuos que ya se hubieran presentado antes, ya que el problema es sumamente costoso.



**Figura 6.** Contornos de desplazamientos y de esfuerzos Von Mises en un instante de tiempo para una membrana de 0.1mm de espesor

Cabe mencionar aquí que una sola evaluación de este problema requirió un tiempo promedio de 6 minutos de computo, por lo que el uso de tal mecanismo de identificación queda totalmente justificado si con él se podía ahorrar aunque sea un par de evaluaciones.

Para poder utilizar un esquema de solución discreto, además de los valores máximos y mínimos de las variables se requiere una cierta precisión de la solución. Esto determinará el número de valores posibles que tendrán las variables. En el caso que estamos manejando, el número de valores diferentes estará dado por la siguiente expresión, dada la precisión deseada

$$N = \frac{t_{\text{máx}} - t_{\text{mín}}}{\text{precision}} + 1$$

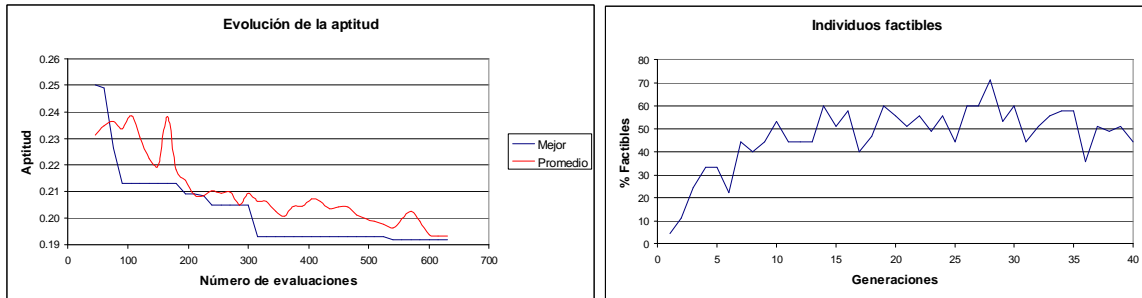
Donde  $t$  es el espesor de la membrana.  $N$  debe ser un valor entero, en caso de no serlo deberá redondearse al entero más cercano, por lo que el valor de la precisión deberá ser recalculado, despejando su valor en la expresión anterior. Entonces, se tiene que la representación de las variables será simplemente una lista de números enteros (desde 1 hasta  $N$ ).

Para este problema en particular, se utilizó una precisión de 0.01mm, lo que da un total de 10 valores diferentes por variable (espesor máximo 0.1mm, mínimo 0.01mm). De esta manera, los valores de los espesores quedan mapeados a números enteros entre 1 y 10. El tamaño del espacio de búsqueda es por tanto  $10^5$ , al tenerse 5 variables objetivo.

Con el espacio de solución discretizado, los parámetros de la estrategia evolutiva fueron los siguientes:

- 15  $\mu$  padres y 30  $\lambda$  hijos.
- Parámetro de ordenamiento estocástico: 0.45
- Desviación estándar para mutaciones: máxima 5, mínima 1.
- 40 generaciones, 1200 evaluaciones en total.

Debido al enorme costo de evaluación del problema, se hizo una sola prueba, la cual se llevó un tiempo de 90 horas en total. No era posible hacer varias pruebas y calibrar los parámetros para la solución de este problema, por lo que se basaron en los resultados de experiencias previas en otros problemas<sup>7</sup>. En la Figura 7 aparecen gráficas que muestran el comportamiento del algoritmo en este problema.

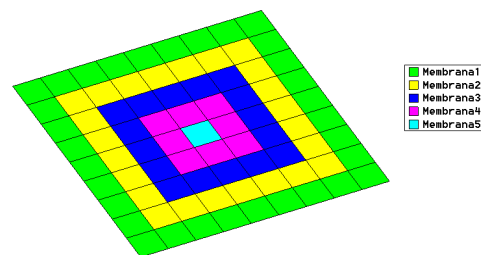


**Figura 7.** Evolución de la aptitud del mejor individuo y del promedio de la población en el problema de la membrana. Variación del porcentaje de individuos factibles en cada generación

El algoritmo presentó un periodo grande de estancamiento de la solución, pero casi al final se presentó una mejoría y después la población convergió rápidamente hacia ese valor. También se observa en la segunda gráfica que al inicio hay muy pocos individuos factibles, pero después el algoritmo encuentra más y mantiene una proporción mayor al 70%. Hay un ligero descenso hacia el final del algoritmo, causado sin duda por la convergencia de la población hacia la solución encontrada, la cual se localiza en la frontera de la región factible. No hay mucho que decir sobre el desempeño del algoritmo en este problema al tenerse solamente una prueba. La principal intención aquí es mostrar que es posible obtener buenas soluciones a este tipo de problemas con algoritmos evolutivos.

Al final del experimento, el programa elaborado dejó un registro de todas las soluciones que había encontrado y calculado. En dicho archivo se encontró un 25% menos de soluciones al número máximo que se hubiera podido esperar (en el caso de no repetirse ningún individuo), lo cual significó un importante ahorro de tiempo de ejecución y por tanto de costo computacional. Con ello quedó justificado el uso del mecanismo de identificación, y por lo tanto el haber abordado el problema con un algoritmo discreto.

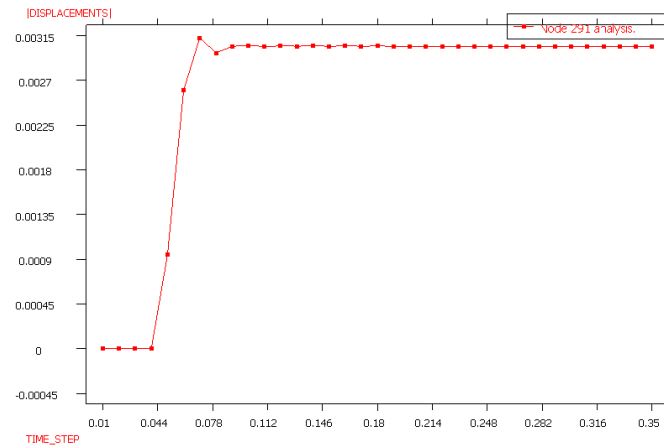
M1	0.04
M2	0.04
M3	0.06
M4	0.07
M5	0.08



**Figura 8.** Mejor solución encontrada para el problema de la lámina (espesores en milímetros)

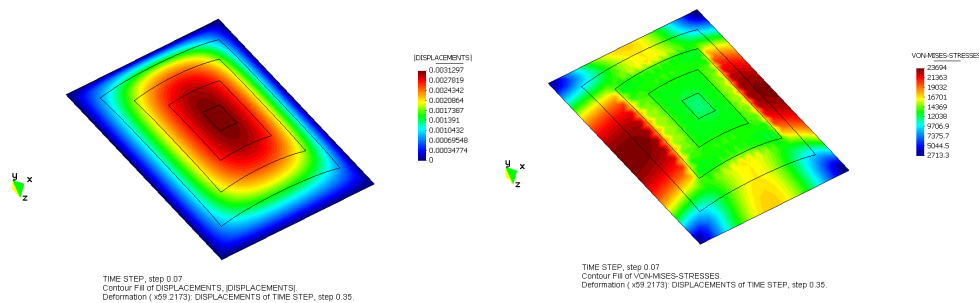
La mejor solución encontrada aparece en la Figura 8. Resulta un tanto curioso que la membrana sea más delgada en los extremos y más gruesa en el centro, cuando la lógica podría indicar lo contrario. Para entender mejor el porqué de esto, se analizan los resultados

obtenidos para este problema. En la Figura 9 se muestra la gráfica del valor absoluto de los desplazamientos en el punto central de la lámina. En dicha gráfica se puede apreciar que en ningún momento el desplazamiento es mayor a 0.0035 metros, que es el valor máximo admisible. También se puede ver en la gráfica que el valor máximo se alcanza a los 0.07 segundos. Al estar manejando material elástico-lineal, los esfuerzos máximos se presentarán junto con el desplazamiento máximo. En la Figura 10 se muestran los contornos de desplazamientos y de esfuerzos Von Mises para ese paso de tiempo, pintados sobre la geometría deformada.



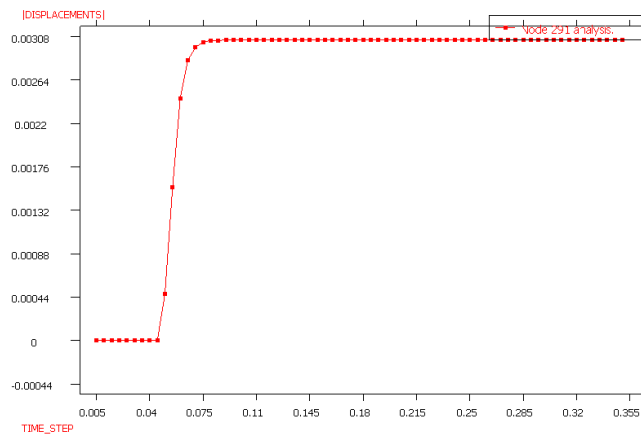
**Figura 9.** Gráfica de desplazamientos en el tiempo en el punto central para la mejor solución encontrada en el problema de la lámina

En los resultados mostrados en la Figura 10 se aprecia cómo el desplazamiento máximo ocurre en el centro de la membrana. Los esfuerzos Von Mises máximos están en los extremos de la membrana, teniéndose un cambio brusco en su valor por el cambio en el espesor de la misma (las dos primeras secciones son iguales). Lo que esto sugiere es que en las secciones externas la solución está regida por la restricción de esfuerzos, mientras que las secciones internas están regidas por la restricción de desplazamientos. Efectivamente, se realizó una comprobación para asegurar que la solución encontrada fuera al menos un mínimo local, encontrándose que una reducción en el espesor de cualquiera de las secciones resultaba en una solución que violaba alguna de las dos restricciones. Al reducir el espesor en las secciones externas se tenían esfuerzos de Von Mises mayores al permitido, mientras que el hacerlo en las secciones centrales produjo desplazamientos mayores al permitido.

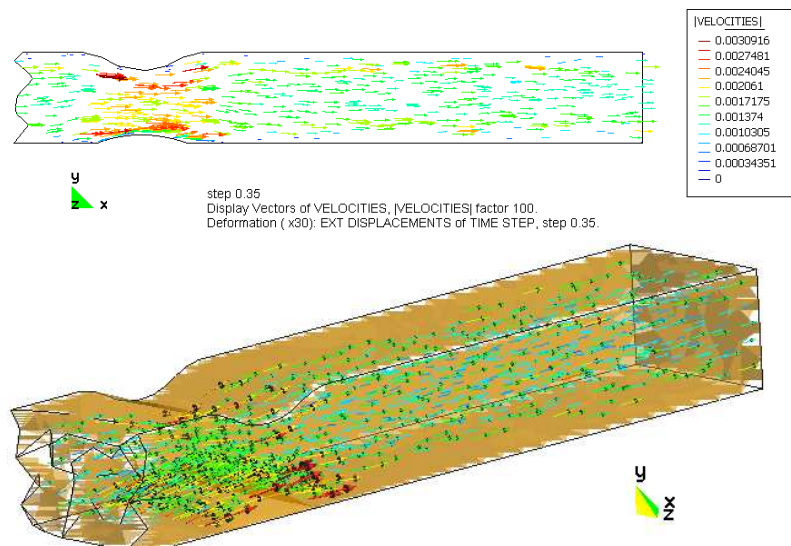


**Figura 10.** Contornos de desplazamientos y esfuerzos de Von Mises para un tiempo de 0.07 segundos, en la mejor solución encontrada para el problema de la lámina

Se hizo también otra comprobación de la solución encontrada utilizando un paso de tiempo menor. Esto con la finalidad de saber si la precisión de la solución no fue afectada por el tamaño del paso de tiempo. En la Figura 11 se muestra la gráfica de los desplazamientos en el tiempo para el punto central de la membrana utilizando un paso de tiempo de 0.005 segundos, la mitad del empleado durante el proceso de optimización. Se obtuvo una curva más suave, pero los valores en sí no tuvieron una variación significativa. Precisamente este tipo de cuestiones son las que justifican también el haber abordado el problema con variables discretas. Es indudable que se podría haber logrado un menor peso utilizando un esquema continuo, pero al obtenerse una solución mucho más cerca del límite de la zona factible, se correría el riesgo de que la solución oscilara (entre las regiones factible y la no-factible) al utilizar un paso de tiempo más pequeño en el cálculo.



**Figura 11.** Gráfica de desplazamientos en el tiempo en el punto central para la mejor solución encontrada en el problema de la lámina, usando un paso de tiempo de 0.005 segundos



**Figura 12.** Campo de vectores de velocidades del fluido para la mejor solución encontrada

Se muestra en la Figura 12 un campo de vectores de velocidad del fluido junto con la deformación de la membrana. En dicha figura se ve cómo el fluido sigue la forma de los contornos del conducto.

En este problema, la mejor solución encontrada no presenta vibraciones de la membrana bajo la acción del fluido, lo que implica que la solución es muy poco sensible a la magnitud del tamaño de paso empleado en la simulación. Sin embargo, como se mostró en la Figura 5, dentro del espacio de búsqueda hubo individuos que sí presentaban vibraciones. Es indudable que si se hubieran tenido condiciones de diseño diferentes, se podría haber tenido algún caso en que la mejor solución sí presentara vibraciones, lo que conllevaría un mayor costo computacional al tener que emplearse tamaños de paso más pequeños para poder capturar la solución con suficiente precisión.

En esos casos podría pensarse en imponer también restricciones de vibración, algo bastante común en numerosos problemas de ingeniería. Queda aún bastante por hacer en este campo, y este problema es apenas un intento preliminar de este tipo de aplicaciones.

## CONCLUSIONES

Se ha mostrado que las Estrategias Evolutivas son algoritmos muy útiles en la optimización de problemas de ingeniería difíciles y con altos costos en tiempo de cómputo. Son fácilmente aplicables a cualquier tipo de problema, pues no necesitan tener un conocimiento *a priori* del problema que se está resolviendo. Sin embargo, sí es necesario un buen conocimiento del problema tratado en específico para poder dar al algoritmo los parámetros que conduzcan a buenas soluciones. Se sigue investigando el cómo mejorar estas técnicas, buscando conseguir los mismos resultados con un menor número de evaluaciones.

Con el mejoramiento de las técnicas de simulación por elementos finitos en problemas de interacción fluido-estructura se pueden abordar problemas de optimización que los involucren, pues la reducción de su costo computacional permite atacarlos con algoritmos evolutivos.

Aunque a simple vista pareciera una opción muy cara por el tiempo de cómputo que involucra, los algoritmos evolutivos son fácilmente paralelizables, lo que permite una reducción muy considerable del tiempo de ejecución del algoritmo, y eso lo vuelve una opción muy competitiva.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado bajo el financiamiento del Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE) de Barcelona, el Centro de Investigación en Matemáticas A.C. (CIMAT) de Guanajuato, México, y el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de México.

## REFERENCIAS

- 1 H.P. Schwefel, "*Evolution and Optimum Seeking*", John Wiley and Sons, (1995).
- 2 T. Back, "*Evolutionary algorithms in theory and practice: Evolutionary strategies, evolutionary programming, Genetic algorithms*", Oxford University Press, New York, (1996).
- 3 T.P. Runarsson y X. Yao, "Stochastic Ranking for Constrained Evolutionary Optimization", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 4, N° 3, pp. 284-294, (2000).
- 4 W. Dettmer y D. Peric, "A computational framework for fluid-structure interaction: Finite element formulation and applications" *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, N° 41-43, pp. 5754-5779, 15 August, (2006).

- 5 T.E. Tezduyar, S. Sathe y K. Stein, "Solution techniques for the fully discretized equations in computation of fluid-structure interactions with the space-time formulations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. **195**, N° 41-43, pp. 5743-5753, 15 August, (2006).
- 6 R. Codina, "Pressure stability in fractional step Finite Element Methods for incompressible flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. **170**, N° 1, pp. 112-140, (2001).
- 7 H. Esqueda, S. Botello y A. Hernández, "Comparación entre las estrategias evolutivas y los algoritmos de estimación de la distribución en optimización de estructuras metálicas", IV Congreso Internacional, II Congreso Nacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Morelia, México, Enero, (2007).
- 8 Antonio Agüero, Francisco Pallarés y Eugenio Oñate, "The rotation-free BST shell element for linearized buckling analysis of steel structures", *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, Vol. **7**, N° 3. pp.209-215, (2006).
- 9 J.G. Valdés, "Nonlinear analysis of orthotropic membrane and shell structures including fluid-structure interaction, Tesis Doctoral, UPC, (2007).