

Modelos de calibración de Eye Tracker y comparación robusta de scanpaths

José Fernando González Herrera

Octubre 1, 2019

Computación Centrada en el Humano

Centro de Investigación en Matemáticas A.C.
CIMAT Zacatecas



CIMAT

Modelos de calibración de Eye Tracker y comparación robusta de scanpaths

José Fernando González Herrera

Asesor **Carlos Lara-Alvarez**
Laboratorio HCC
Centro de Investigación en Matemáticas A.C.

Resumen

El seguimiento ocular (*ET* del inglés *Eye-Tracking*) se ha posicionado en los últimos años como una técnica eficaz para estudiar los comportamientos oculares aplicables a diferentes ámbitos (medicina, publicidad, neurociencia e incluso el deporte). Debido a errores en calibración y comparación de trayectorias oculares los resultados obtenidos durante las pruebas de ET pueden ser inválidos; esta tesis propone un algoritmo de calibración, una técnica de recalibración y un método de comparación de trayectorias oculares. Estos algoritmos son probados en conjuntos de datos disponibles en la literatura — para la calibración y recalibración, y en un conjunto de datos sintético — para la comparación de trayectorias oculares. Los resultados muestran mejora en la calibración con información sin procesar al comparar con los algoritmos usados en investigaciones previas; así como una métrica robusta de comparación de trayectorias oculares que no tiene los errores comúnmente presente en las técnicas más usadas.

Abstract

In recent years, eye tracking has proven to be an efficient tool for studying eye movements with applications in medicine, advertisement, neuroscience, and even sports. Some of the eye tracking studies could be invalid due to errors in calibration; this thesis proposes two approaches: (i) one for calibration and (ii) one for recalibration. These algorithms were tested on public datasets. Results show the techniques proposed outperform common approaches in calibration and recalibration.

Detection of eye tracking trajectories (scanpaths) is important to detect similarities in human behavior, such as abnormalities in procedural and conductal research of users. This thesis proposes a robust scanpath detection algorithm based on computational geometry techniques, ensuring a match between similar shape trajectories; a synthetic dataset is used to simulate eye tracking trajectories.

Agradecimientos

En primera instancia agradecer el apoyo del Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), el Instituto de la Juventud del Estado de Zacatecas, al Consejo Zacatecano de Ciencia, Tecnología e Innovación (COZCYT) y al Centro Investigación en Matemáticas; ya que gracias a ellos me fue posible solventar los gastos de la maestría, así como los derivados del congreso (*2018 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*) y la estancia de investigación (*University of Glasgow, 2019*); desarrolladas en este periodo.

Agradezco a mis compañeros del Centro Investigación en Matemáticas por enriquecer y compartir objetivos académicos y profesionales; así como apoyar el crecimiento de la unidad académica en todo momento. De manera personal agradecer al Doc. Carlos Alberto Lara Álvarez; que en toda ocasión fue una fuente de inspiración, conocimiento y guía.

Notación

A continuación se describe la notación usada en esta tesis:

x, y	coordenadas obtenidas por el rastreador ocular sin corregir
\check{x}, \check{y}	coordenadas corregidas
x', y'	coordenadas esperadas de pantalla
$F_x(x, y)$	Modelo polinomial para X
$F_y(x, y)$	Modelo polinomial para Y
M_i	i -ésimo modelo a corregir en X
N_i	i -ésimo modelo a corregir en Y
P	Trayectoria ocular o scanpath
Q	Trayectoria ocular
d_f	Distancia de Fréchet
ϵ	Error máximo permitido en el lazo
F_ϵ	Diagrama Libre de Espacio

Índice de figuras

1.1	Tipos de error.	2
3.1	Patrones comunes para la calibración inicial.	14
3.2	S-RANSAC.	17
3.3	Patrón de calibración utilizado en pruebas.	20
5.1	Errores comúnmente presentes en las trayectorias oculares.	30
5.2	Asignación incorrecta de caracteres.	31
5.3	Resumen del enfoque propuesto.	34

Índice de cuadros

2.1	Conceptos descritos y su uso.	11
3.1	Modelos polinomiales para el eje x	15
3.2	Modelos polinomiales para el eje y	16
3.3	Errores angulares absolutos x (en grados).	21
3.4	Errores angulares absolutos y (en grados).	21
3.5	Media de error angular absoluta por criterio.	21
4.1	Modelos polinomiales X.	24
4.2	Modelos polinomiales Y.	25
4.3	Métricas de comparación.	26
4.4	Mejores modelos para polinomios en \check{x} y \check{y}	27
4.5	Modelos de recalibración seleccionados.	27
5.1	Resultados con 1/5 de datos atípicos.	36

Índice general

Índice de figuras	XI
Índice de cuadros	XII
Índice general	XIII
1 Introducción	1
1.1 Justificación	1
1.2 Definición del problema	2
1.3 Hipótesis	3
1.4 Objetivos	3
1.5 Alcances y limitaciones	4
1.6 Contribuciones	4
1.7 Narrativa por capítulos	5
2 Marco teórico	7
2.1 Introducción	7
2.2 Regresión	7
2.3 Selección de modelo	7
2.4 Distancia de Fréchet	9
2.5 Q -gramas	10
2.6 Vuelo de Levy	10
2.7 Resumen	11
3 Modelos polinomiales robustos para la calibración del rastreador ocular	13
3.1 Introducción	13
3.2 Trabajo relacionado	13
3.3 Enfoque propuesto	16
3.3.1 Ajuste robusto (S-RANSAC)	16
3.3.2 Selección de modelo para datos con valores atípicos	18
3.4 Algoritmos	18
3.5 Materiales y Métodos	19
3.6 Resultados y Discusión	22
3.7 Conclusiones	22

4 Selección de modelos polinomiales para recalibración	23
4.1 Introducción	23
4.2 Trabajo relacionado	23
4.3 Materiales y métodos	24
4.3.1 Datos de prueba	25
4.3.2 Procedimiento	26
4.3.3 Métricas	26
4.4 Resultados	26
4.5 Conclusiones	28
5 Comparación de trayectorias oculares	29
5.1 Introducción	29
5.2 Trabajo relacionado	30
5.3 Propuesta	33
5.4 Experimentos	35
5.5 Discusión y resultados	36
5.6 Conclusiones	37
6 Conclusiones y trabajo futuro	39
6.1 Discusión y conclusiones	39
6.2 Trabajo futuro	39
Bibliografía	41

Introducción

Desde la década de 1960, diferentes formas de interactuar con la computadora han sido concebidas, creadas, probadas, modificadas y aceptadas, ó, desechadas. El dispositivo de *seguimiento ó rastreo ocular (Eye Tracking, ET)* estudia los movimientos oculares que realizan las personas de manera consciente e inconsciente. Existen diferentes tipos de hardware con los que se pueden adquirir movimientos oculares; usualmente, se dividen en los que usan cámaras a color y cámaras infrarrojas; ambos obtienen una serie de puntos con una etiqueta temporal, información suficiente con la cual se pueden realizar análisis más complejos.

La calibración es indispensable para mapear de manera correcta los datos leídos con los esperados; de tal manera, que permita analizar trayectorias oculares en busca de ciertos patrones pre-definidos. Debido a la que el dispositivo de rastreo ocular recopila mucha información, se necesitan crear y validar algoritmos que evalúen y mapeen de manera efectiva los movimientos oculares. Para ciertas aplicaciones de los ET se necesita tener una mayor precisión en los datos obtenidos, de tal forma que se disminuyan los tiempos de post-análisis y permitan tener datos experimentales más rápidamente.

Esta tesis aborda los siguientes dos problemas:

1. Generar una calibración precisa basada en la información de cada usuario, así como el propio dispositivo de ET.
2. Un algoritmo capaz de comparar de manera robusta movimientos y patrones oculares, para facilitar el análisis de comportamientos y acciones.

1.1 Justificación

El uso del ET como fuente de información para diferentes estudios expone la necesidad de mejorar la precisión y robustez. Basados en investigaciones previas (Hernandez, 2016; García, 2018; Goldberg y Wichansky, 2003) se requiere un algoritmo de calibración robusto y adaptable a diferentes usuarios y dispositivos, así como una técnica de comparación de trayectorias oculares (Anderson et al., 2015).

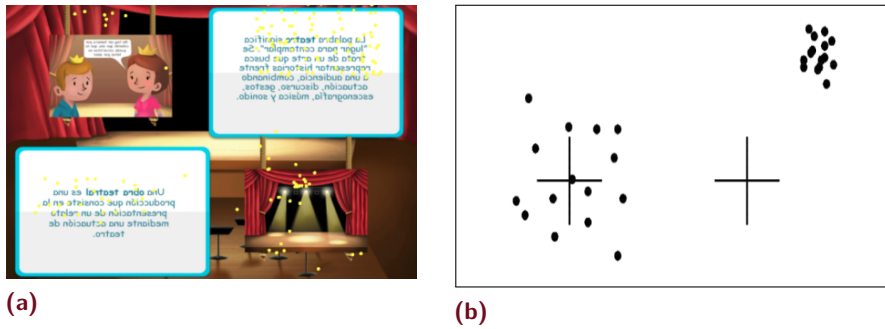


Figura. 1.1: Tipos de error. (a) Error sistemático. (b) Ilustración de errores sistemático y variable.

En la Fig. 1.1 (Hernandez, 2016) se muestra el error sistemático; que consiste en una desviación consistente en las medidas, hacia una dirección; este error deteriora la precisión. Existe también el error variable, que deteriora la exactitud; donde existe una distribución más uniforme de las medidas pero con alta entropía. En la Fig. 1.1 (a) se ilustran mediciones con alto error variable, poco error sistemático, poca exactitud con buena precisión; en la Fig. 1.1 (b), alto error sistemático poco error variable con buena exactitud con poca precisión.

1.2 Definición del problema

Se definen los siguientes problemas:

P₁ Dado un conjunto de puntos sin corrección y sus respectivas coordenadas esperadas; se desea encontrar el modelo y los parámetros polinomiales de calibración que minimicen el error cuadrático medio.

P₂ Dado un conjunto de puntos calibrados previamente (no se conoce el modelo ni sus parámetros) con un mejor modelo, se desea obtener un modelo que mejore la recalibración.

P₃ Dado una secuencia de mediciones oculares y un conjunto de patrones espaciales, se desea conocer si el usuario sigue una trayectoria determinada.

1.3 Hipótesis

Basados en los problemas ya descritos, esta tesis evalúa las siguientes hipótesis:

H₁: Una técnica de calibración basada en el algoritmo de consenso aleatorio (RANSAC) y un selector estadístico de modelos, lograrán una calibración más exacta en comparación con las técnicas convencionales.

H₂: Una técnica de recalibración de ET, basada en un selector estadístico de modelos, reducirá el error cuadrático medio.

H₃: Un algoritmo basado en la distancia de Fréchet y Q -gramas mejorará la precisión y exhaustividad para la detección de patrones oculares respecto de técnicas convencionales basadas en representaciones de cadena o vectoriales.

1.4 Objetivos

El objetivo general de esta tesis es diseñar algoritmos (enfocados en la calibración, almacenamiento y detección) que permitan estudiar las secuencias de movimientos oculares de un persona. Se derivan los siguientes objetivos específicos:

A1 Desarrollar un algoritmo de calibración robusto:

A1.1 Identificar modelos polinomiales de calibración de ET propuestos en la literatura.

A1.2 Seleccionar un conjunto de datos útil para evaluar algoritmos de calibración.

A1.3 Desarrollar un algoritmo de calibración.

A1.4 Contrastar el algoritmo propuesto con los algoritmos convencionales.

A2 Desarrollar un algoritmo de recalibración:

A2.1 Seleccionar un conjunto de datos útil para evaluar algoritmos de recalibración.

A2.2 Desarrollar un algoritmo que evalúe modelos polinomiales de recalibración.

A2.3 Contrastar el algoritmo de recalibración con los propuestos en la literatura.

A3 Desarrollar un algoritmo de comparación de trayectorias oculares:

A3.1 Identificar las técnicas de evaluación de scanpaths.

A3.2 Producir un conjunto de datos (dataset) sintético.

A3.3 Desarrollar algoritmo de comparación.

A3.4 Contrastar el algoritmo propuesto con algoritmos basados en representaciones de cadena o vectoriales.

1.5 Alcances y limitaciones

Esta tesis considera las siguientes limitaciones para resolver el problema de detección de patrones en trayectorias oculares: utilizar dispositivos de seguimiento ocular sin compensación de cabeza y, para la comparación de trayectorias oculares; se utiliza un conjunto de datos sintéticos.

1.6 Contribuciones

Las contribuciones de esta tesis son:

- un algoritmo de selección de mejores modelos de regresión lineal por mínimos cuadrados por participante y dispositivo,
- un enfoque robusto de calibración basado en la selección estadística de modelos, y
- un algoritmo de comparación de trayectorias oculares robusto a datos atípicos y errores sistemáticos y variables; generando una métrica de equivalencia.

1.7 Narrativa por capítulos

El resto de esta tesis se estructura como sigue: El **Capítulo 2** describe las técnicas y herramientas básicas que se usan en esta tesis. El **Capítulo 3** describe la técnica de calibración propuesta, que se basa en el consenso de muestreo aleatorio (RANSAC del inglés *Random Sample Consensus*) y la evaluación estadística con los evaluadores AIC, AICc, KIC, KICc, AKICc, AICF y RAIC. La técnica propuesta se evalúa contra la técnica más usada en la literatura y la más simple; usando el conjunto de datos '*Pupil Dynamics*' (Drewes et al., 2014). El **Capítulo 4** describe una métrica de comparación de modelos de recalibración para el conjunto de datos denominado '*Pilot Dataset*' (MacGregor et al., 2016). El **Capítulo 5** propone una técnica de comparación de trayectorias oculares basada la *Distancia de Fréchet* y *Q*-gramas creando una métrica de equivalencia. El **Capítulo 6**, discute los resultados obtenidos, y las ventajas y oportunidades de mejora de los algoritmos. Se explican los diferentes usos y aplicaciones que pueden tener los algoritmos, así como sentar las del trabajo futuro.

Marco teórico

2.1 Introducción

Este capítulo describe los conceptos importantes sobre: (i) regresión, (ii) herramientas estadísticas que aplican el principio de parsimonia para la selección de modelos, (iii) distancia de Fréchet, y (iv) Q -gramas.

2.2 Regresión

Los polinomios en dos variables se pueden escribir como $F(x, y) \cdot \mathbf{a}$; donde $F(x, y)$ es un vector con términos en la forma $x^a y^b$ $a, b \in \mathbb{Z}^+$, y \mathbf{a} es el vector de parámetros. Luego, un modelo de calibración polinomial para rastreador ocular se puede representar como:

$$\check{x} = F_x(x, y) \cdot \mathbf{a}_x \quad (2.1)$$

$$\check{y} = F_y(x, y) \cdot \mathbf{a}_y \quad (2.2)$$

donde x, y son coordenadas no corregidas dadas por el rastreador ocular, \check{x}, \check{y} son coordenadas corregidas, y $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y$ son los parámetros polinómicos.

Dados pares de calibración n : $(\check{x}_1, \check{y}_1) \mapsto (x_1, y_1), \dots, (\check{x}_n, \check{y}_n) \mapsto (x_n, y_n)$. Los parámetros polinomiales \mathbf{a}_x se pueden estimar como:

$$\hat{\mathbf{a}}_x = (X X^\top)^{-1} X^\top \mathbf{x} \quad (2.3)$$

donde $X = [F_x(x_1, y_1) \mid F_x(x_2, y_2) \mid \dots \mid F_x(x_n, y_n)]^\top$ y $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^\top$. Los parámetros $\hat{\mathbf{a}}_y$ se pueden estimar de manera análoga.

2.3 Selección de modelo

El principio de Parsimonia — ó principio de la Navaja de Occam — afirma que la solución más simple tiende a ser la correcta. En la selección del modelo de mínimos cuadrados, el principio de Parsimonia se traduce como la búsqueda de la solución

más simple que se asemeje al modelo verdadero. Este enfoque utiliza heurísticas, que en esencia ofrecen un buen desempeño en la mayoría de los casos. Lo que significa que existe la posibilidad de seleccionar un modelo de alta complejidad incluso si los parámetros están penalizados.

Se pueden encontrar diferentes enfoques para la selección de modelos en la literatura, con amplias aplicaciones y criterios. El Criterio de Información Bayesiano (BIC) y el Criterio de Información de Akaike (AIC) se usan ampliamente en diferentes áreas de investigación, penalizando los modelos con muchos parámetros para garantizar que no se ajusten en exceso; sin dejar de buscar minimizar el error. La diferencia clave entre estos dos criterios es que el BIC considera que el modelo verdadero se prueba, mientras que AIC no lo hace (Burnham y Anderson, 2003).

El AIC se puede definir como:

$$\text{AIC} = 2k + 2 \ln(\hat{L}), \quad (2.4)$$

donde \hat{L} es la función de verosimilitud, y k es el número de parámetros estimados en el modelo. En esencia, la AIC prefiere el modelo más simple con la máxima verosimilitud.

Al hacer aproximaciones de mínimos cuadrados con distribuciones normales idénticas independientes, la eq. (2.4) se puede indicar como:

$$\text{AIC} = 2k + n \ln\left(\frac{\text{RSS}}{n}\right), \quad (2.5)$$

donde RSS (*Residual Sum of Squares*) es la suma de cuadrática de los residuos.

Para un número relativamente pequeño de puntos experimentales, las correcciones deben introducirse en (2.4). AICc (Cavanaugh, 1997) es un caso especial de AIC para pocas muestras que evita la probabilidad de sobreestimación,

$$\text{AICc} = \text{AIC} + \frac{2k^2 + 2k}{n - k - 1}, \quad (2.6)$$

donde k es el número de parámetros, y n es el tamaño de la muestra; por lo tanto, para muchas muestras ($n \rightarrow \infty$), el AICc converge al AIC. Se han propuesto otras

métricas para decidir cuál es el mejor modelo para un conjunto de modelos finitos, algunas de estas métricas (Cetin y Erar, 2002; Seghouane y Bekara, 2004) son:

$$\text{AICF} = \frac{n}{\hat{\sigma}^2} \left\{ \frac{nk}{nk-2} + 2 \right\} \quad (2.7)$$

$$\text{RAIC}(p, \alpha, \rho) = 2 \sum \rho(r_{i,P}) + \alpha \rho \quad (2.8)$$

$$\text{KIC} = -2 \ln p(y_n | \hat{\Theta}_k) + 3(k+1) \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \text{KICc} = & -2 \ln p(y_n | \hat{\Theta}_k) + 2 \frac{(k+1)}{(n-k-2)} \\ & - n \Phi \left(\frac{n-k}{2} \right) + \ln \frac{n}{2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \text{AKICc} = & -2 \ln p(y_n | \hat{\Theta}_k) \\ & + \frac{(k+1)(3n-k-2)}{n-k-2} + \frac{k}{n-k} \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde $\hat{\sigma}$ es una estimación robusta de σ ; $p(y_n | \hat{\Theta}_k)$ es la función de probabilidad sobre los k - parámetros $\hat{\Theta}_k$ para y_n ; ρ_c es la función del Huber,

$$\rho_c(r) = \begin{cases} \frac{r^2}{2}, & \text{if } |r| \leq c \\ c|r|^2 - \frac{c^2}{2}, & \text{de lo contrario.} \end{cases} \quad (2.12)$$

y Φ es la función digamma (Bernardo, 1976).

2.4 Distancia de Fréchet

Un ejemplo comúnmente usado para describir la distancia de Fréchet sería la carrera que une a un perro y su dueño, por dos caminos independientes; donde ninguno puede caminar hacia atrás, pudiendo modificar su velocidad de desplazamiento. Más formalmente,

$$d_f(P, Q) = \inf_{\mu} \max_{a \in A} d(a, \mu(a)),$$

Alt y Godau (1995) introducen una herramienta que se usa para calcular para un lazo ϵ asignación entre las dos curvas. Definido formalmente como:

$$D_\epsilon(A, B) := \{ (\alpha, \beta) \in [0, 1]^2 \mid d(A(\alpha), B(\beta)) \leq \epsilon \}$$

y es representado como la gráfica en la relación de estados discretos entre ambas curvas.

2.5 Q-gramas

Los Q -gramas (Ukkonen, 1992) se usan para comparar de manera rápida y efectiva secuencias largas. Los Q -gramas se pueden usar para aproximar la distancia de edición.

Los Q -gramas son secuencias de Q -caracteres consecutivos. Por ejemplo, los 3-gramas de la siguiente secuencia:

$$\{ABCDEFGHI\}$$

serían,

$$\{ABC\}, \{BCD\}, \{CDE\}, \{DEF\}, \{EFG\}, \{FGH\}, \{GHI\}.$$

Los Q -gramas han sido utilizados eficazmente con anterioridad para la comparación de secuencias evaluando mediante métricas de equivalencia como el índice de Jaccard.

2.6 Vuelo de Levy

Es un proceso de Markov del tipo de paseo aleatorio (*random walk*); en el cual los incrementos son distribuidos con una probabilidad sesgada o de cola pesada (*heavy tail*). Se utiliza la distribución $y = x - a$ donde $1 < a < 3$ con varianza infinita.

Paseo aleatorio. Esta modelado por la expresión:

$$X(t + \tau) = X(t) + \Phi(\tau)$$

la variable aleatoria Φ describe la ley de probabilidad para tomar el siguiente paso y τ es el intervalo de tiempo entre pasos subsecuentes. La distribución del paso será independiente de la posición y el tiempo, es decir tiene homogeneidad.

Sus aplicaciones son variadas, por ejemplo matemáticas financieras, criptografía, análisis de señales así como muchas aplicaciones en astronomía, biología, y física. En la interacción humano computadora son usados para simular cambios en la mirada (Boccignone y Ferraro, 2004), donde mediante un proceso estocástico se simulan de manera efectiva cómo se ubican las fijaciones dentro de una pantalla.

2.7 Resumen

En este capítulo se describen los conceptos fundamentales útiles en las propuestas, la tabla 2.1 muestra una relación de los conceptos descritos en este capítulo y su relación con otras secciones de la tesis.

Concepto	Descrito en sec.	Aplicación	Usado en la sec.
Regresión	2.2	Estimación de parámetros para modelos de calibración y recalibración	3.3.1
Selección de modelo	2.3	Evaluación de modelos de regresión para calibración y recalibración	3.3.2, 4.3.2
Distancia de Fréchet	2.4	Comparación robusta de trayectorias oculares	5.3
q-gramas	2.5	Creación de subconjuntos de trayectorias oculares	5.3
Vuelo de Levy	2.6	Generación de un conjunto de datos sintético	5.3

Tabla. 2.1: Conceptos descritos y su uso.

Modelos polinomiales robustos para la calibración del rastreador ocular

3.1 Introducción

Los dispositivos de seguimiento ocular basan su exactitud y precisión mayormente en la etapa de calibración; se estima que hasta un 20 % de los experimentos de seguimiento ocular necesitan una segunda calibración debido a su pobre desempeño (Goldberg y Wichansky, 2003); haciendo que la información obtenida sea inservible para estudios posteriores. Para corregir errores sistemáticos y variables se utiliza la calibración, que mapea medidas del hardware con las esperadas usando diferentes técnicas, (Martinez et al., 2012; Noris et al., 2011; Kasprowski et al., 2014); sin embargo, la regresión por mínimos cuadrados es altamente aceptada por su bajo costo computacional y desempeño aceptable.

Diferentes modelos de regresión (funciones) pueden modificar el desempeño de la calibración; por lo tanto, un modelo simple pero confiable es requerido. La contribución de este capítulo es doble: (i) un algoritmo de calibración basado en un consenso de muestreo aleatorio para obtener una calibración robusta y más precisa, (ii) la evaluación de diferentes modelos polinomiales encontrados en la literatura usando diferentes estadísticas (AIC, AICc, KIC, KICc, AKICc, AICF, RAIC).

El resto de este capítulo está organizado de la siguiente manera: la sección 3.2 revisa otros enfoques relacionados con los modelos de calibración en el seguimiento ocular; la sección 3.3 describe la propuesta, la sección 3.5 presenta los materiales y métodos utilizados; finalmente, la sección 3.6 describe y discute los resultados.

3.2 Trabajo relacionado

Una de las principales dificultades de la calibración es cuando ocurren eventos inesperados en la fase de calibración. Por ejemplo, un punto de calibración puede tener asociada una fijación correcta, ya sea porque el usuario perdió la atención (y

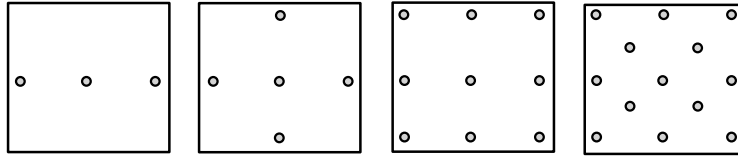


Figura. 3.1: Patrones comunes para la calibración inicial.

por ende, la mirada) o bien, porque los micro-saltos sacádicos impidieron detectar la fijación. Para evitar errores en la calibración, en la literatura se propone el uso del filtro de intervalos con selección de mediana (*Interval Selection with Median Filter, ISMF*); que primero elimina las mediciones iniciales (cuando los saltos sacádicos son más probables) para luego calcular la posición de la mirada como el valor medio de los datos recopilados durante el período considerado (Gibaldi et al., 2017). El filtro ISMF supone que una fijación adecuada estará dada por la mediana; esta suposición no se puede justificar en algunas situaciones —por ejemplo, para estudios de seguimiento ocular con bebés. Las mediciones incorrectamente asociadas con los puntos de calibración podrían causar un sesgo significativo en la estimación de los parámetros de mapeo. Este capítulo propone una extensión al método de consenso de muestra aleatoria, (*Random Sample Consensus, RANSAC*) (Fischler y Bolles, 1981), para obtener un buen modelo de ajuste incluso cuando el usuario no observó uno o más puntos de calibración.

En el enfoque común para calibrar un rastreador ocular, el usuario debe observar n puntos predefinidos en la pantalla. La Fig. 3.1 muestra patrones de calibración de 3, 5, 9, y 13 puntos. Un punto de calibración se obtiene asociando un punto en la pantalla a un conjunto de mediciones; luego, se seleccionan los parámetros de una función (o modelo) que mapea los puntos medidos a los puntos de la pantalla. Los modelos comunes de calibración son homografías (Hansen et al., 2010), relaciones polinómicas (Zhu y Ji, 2007; Cherif et al., 2002), regresión por soporte vectorial (SVR) (Krafka et al., 2016) y redes neuronales (Pomplun et al., 1994).

En la mayoría de los casos, la etapa de calibración simplemente aplica un modelo sin considerar su costo computacional, con retrasos de hasta 45 segundos en la etapa de calibración para modelos complejos (Blignaut, 2016). El procedimiento también puede ser tedioso y lento para el usuario (Zhu y Ji, 2005; Ohno y Mukawa, 2004) ya que requiere al menos el mismo número de puntos de calibración que el número de parámetros —es decir, un modelo de 5 parámetros requiere al menos 5 puntos de calibración, un modelo con 9 parámetros requiere 9 al menos puntos, etc.

En dos variables, una función polinomial es una combinación lineal de un número finito de términos (monomios) en la forma $x^a y^b$. El dominio de cualquier función

polinomial de dos variables es el plano completo. Se han utilizado diferentes polinomios como modelos para la calibración ET. Las tabla 3.1 y 3.2 resumen los modelos polinomiales para F_x y F_y respectivamente, con menos de cuatro parámetros para obtener las coordenadas corregidas \check{x} y \check{y} .

Varios autores han comparado modelos polinomiales; por ejemplo, Blignaut (2016) compara diferentes modelos de corrección para un patrón de calibración de 45 puntos, centrándose en seleccionar el mejor polinomio por participante. Cerrolaza et al. (2008) prueba modelos con hasta 16 términos — con una etapa de calibración larga y tediosa. Sus resultados muestran que los modelos con hasta dos términos pueden funcionar de manera similar a modelos más complejos, con diferencias insignificantes en el rango de 1-2 píxeles en una pantalla de 1024×768 .

Kasprowski et al. (2014) usa polinomios simples (lineal, cuadrático y cúbico; con 3, 5 y 18 puntos de calibración respectivamente) para descartar o probar modelos con un coeficiente determinante dado, R , que evalúa los valores medios para una fijación dada y el error cuadrático

$$R = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2},$$

el coeficiente R y la tasa de error dan al modelo cuadrático la mejor puntuación general; con 13 puntos de calibración dando el error más bajo.

Recientemente, Kasprowski y Harezlak (2018) comparan varias técnicas de calibración mediante el uso de validación cruzada, el error medio de la raíz, el coeficiente R , y el error cuadrado y absoluto (para ambos ejes por separado). Afirman que los

Eje- x			
Model	$F_x(x, y)$	k	Uso en
M_1	$[x, 1]$	2	(Blignaut, 2016)
M_2	$[x, y, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
M_3	$[x, xy, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
M_4	$[x^2, x, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
M_5	$[x^3, x, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
M_6	$[x, y, xy, 1]$	4	(Hennessey et al., 2008; Zhu y Ji, 2005)
M_7	$[x^3, x^2, x, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
M_8	$[x^2, x, y, 1]$	4	(Cerrolaza et al., 2008)
M_9	$[x^2, x, xy, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
M_{10}	$[x^3, x, y, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
M_{11}	$[x^3, x, y^2, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
M_{12}	$[x^3, x, xy, 1]$	4	(Blignaut, 2016)

Tabla. 3.1: Modelos polinomiales para el eje x con menos de o igual a cuatro parámetros.

Model	$F_y(x, y)$	Eje- y	
		k	Uso en
N_1	$[y, 1]$	2	(Blignaut, 2016)
N_2	$[y, x, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_3	$[y, xy, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_4	$[y^2, y, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_5	$[y, x^2, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_6	$[y, xy, x, 1]$	4	(Hennessey et al., 2008)
N_7	$[y^2, y, x, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_8	$[xy^2, x, y, 1]$	4	(Cerroloza et al., 2008)
N_9	$[xy, y, x^2, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_{10}	$[x^2y, x^2, y, 1]$	4	(Blignaut, 2016)

Tabla. 3.2: Modelos polinomiales para el eje y con menos de o igual a cuatro parámetros.

polinomios lineales dan el mejor resultado para EyeTribe y JAZZ, mientras que el modelo cuadrático es mejor para el rastreador ocular VOG.

En contraste con el trabajo anterior, en esta tesis se propone utilizar un criterio estadístico basado en el ‘Principio de Parsimonia’ para obtener el mejor modelo.

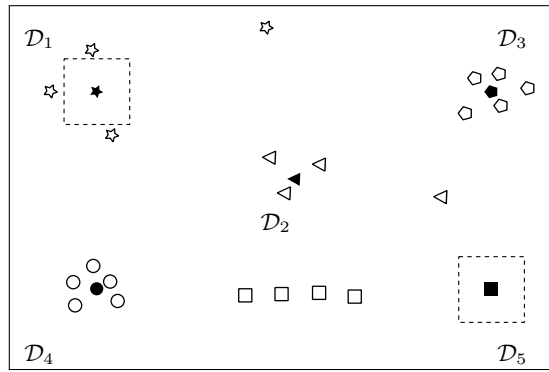
3.3 Enfoque propuesto

Esta sección describe los métodos para obtener calibraciones precisas en presencia de valores atípicos.

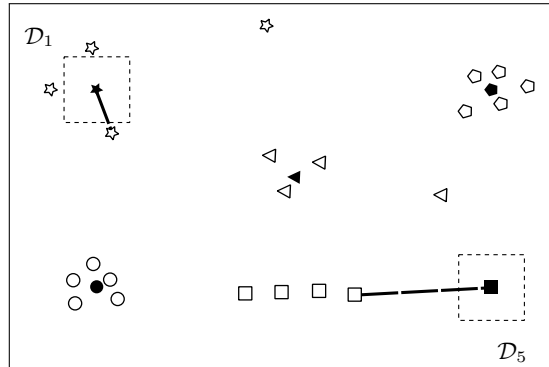
3.3.1 Ajuste robusto (S-RANSAC)

RANSAC es un método iterativo para estimar los parámetros de un modelo a partir de un conjunto de datos observados que contiene valores atípicos. Este paradigma usa la selección aleatoria de conjuntos mínimos para construir modelos — es decir, asignar valores para cada parámetro del modelo. Un conjunto mínimo es el número más pequeño de puntos necesarios para definir de forma única un modelo determinado.

Sea \mathcal{D} el conjunto de calibración, $\mathcal{D}_1, \dots, \mathcal{D}_n$ una partición de \mathcal{D} — cada subconjunto \mathcal{D}_i contiene las mediciones generadas cuando el usuario observa el i -ésimo punto de calibración de un patrón de n puntos, y $k \leq n$ es el número de parámetros necesarios para el modelo. El enfoque propuesto, denominado RANSAC-Secuencial o S-RANSAC, selecciona aleatoriamente k subconjuntos de la partición $\mathcal{D}_1, \dots, \mathcal{D}_n$; luego, selecciona aleatoriamente un solo punto de cada subconjunto para obtener

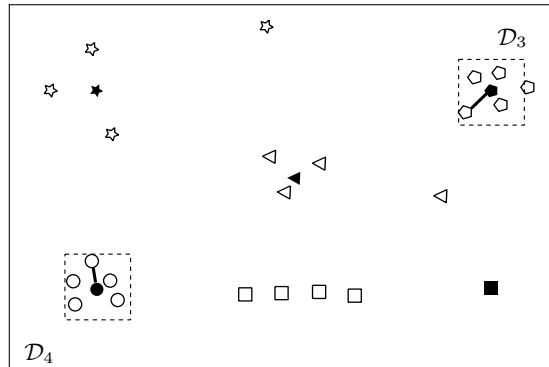


(a) i -ésima iteración (selección de subconjunto)



(b) i -ésima iteración (selección de medición selection)

⋮



(c) j -iteración (mejor modelo)

Figura. 3.2: S-RANSAC. Dado un conjunto de calibración, \mathcal{D} , compuesto de \mathcal{D}_1 (estrellas), \mathcal{D}_2 (triángulos), \mathcal{D}_3 (pentágonos), \mathcal{D}_4 (círculos), y \mathcal{D}_5 (cuadrados), y un modelo definido únicamente por 2 puntos: (a) *Selección de subconjunto*. El algoritmo selecciona \mathcal{D}_1 y \mathcal{D}_5 en alguna iteración, (b) *Selección de medición*. Se selecciona una única medición para cada partición, después de este paso tenemos un conjunto mínimo, luego se define el modelo. El consenso para el modelo generado es bajo porque \mathcal{D}_5 no tiene mediciones verdaderas, (c) el proceso — subconjunto y selección de mediciones — se repite hasta que se encuentra un modelo adecuado; en este ejemplo, \mathcal{D}_3 y \mathcal{D}_4 tienen un consenso máximo.

el conjunto mínimo. El modelo resultante se compara con todas las mediciones de los datos para determinar cuántos de los puntos están correctamente estimados por el modelo — estos puntos se conocen como *inliers*. Después de un número

dado de intentos, se extrae el modelo que tiene mayor consenso de puntos; se muestra una ilustración gráfica del enfoque propuesto en Fig. 3.2.

3.3.2 Selección de modelo para datos con valores atípicos

Sea \mathcal{D} un conjunto de calibración y $M = \{\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_m\}$ sea m modelos polinómicos que se probarán de tal manera que $n \gg k(\mathcal{M}_i)$, donde $k(\mathcal{M}_i)$ es el número de parámetros del i -ésimo modelo. Definimos el número estimado de valores atípicos \hat{o} como

$$\hat{o} = \min\{\text{out}(\hat{\mathcal{M}}_1), \dots, \text{out}(\hat{\mathcal{M}}_m), \quad (3.1)$$

donde $\text{out}(\hat{\mathcal{M}}_i)$ es el número de puntos de calibración que no están bien aproximados por el modelo robusto $\hat{\mathcal{M}}_i$.

El mejor modelo se selecciona del conjunto

$$M' = \{\mathcal{M} \in M \mid n - \hat{o} \geq 2k(\mathcal{M})\}, \quad (3.2)$$

mediante el uso de un criterio de selección convencional (sección 2.3) y los $(n - \hat{o})$ subconjuntos de calibración con el error absoluto medio más bajo.

3.4 Algoritmos

El algoritmo 1 explica el proceso de calibración personalizada.

Algoritmo 1: Calibración personalizada.

Entrada: P_s : Puntos de calibración, P : mediciones y B : modelos posibles

Salida: $\hat{F}(x, y)$, $\hat{\mathbf{a}}$: El mejor modelo y sus parámetros

- 1 **para cada** modelo $b \in B$ **hacer**
 - 2 Estimar parámetros y número de outliers del modelo b usando el s-RANSAC, con los puntos de calibración P_s y las mediciones P ;
 - 3 Estimar parámetros y número de outliers del modelo b usando el s-RANSAC;
 - 4 con los puntos de calibración P_s y las mediciones P ;
 - 5 Seleccionar el modelo con menor valor de selector estadístico
 - 6 **devolver** $\hat{F}(x, y)$, $\hat{\mathbf{a}} \leftarrow$ usando ϱ^*
-

3.5 Materiales y Métodos

Dataset. El conjunto de datos “Pupil Dynamics” (Drewes et al., 2014), contiene mediciones de seguimiento ocular (muestras de fijación) de 39 sujetos en una configuración de laboratorio; se usó el ET Eyelink 1000 (SR Research, Ottawa, Canadá) en la configuración de “escritorio” para rastrear ambos ojos de los sujetos a una frecuencia de muestreo de 500 Hz, con una pantalla LCD Samsung 22” o un ViewSonic 20” Pantalla CRT a aproximadamente 60 cm de distancia de visualización. Se usó un patrón de 25 puntos para obtener puntos de fijación, así como las ubicaciones de la pantalla; es decir, cada punto de fijación tiene asociado un punto de calibración en la pantalla.

Este conjunto de datos se seleccionó principalmente porque no se utilizó el mecanismo de calibración incorporado en el rastreador ocular, y se proporcionan puntos sin calibrar para obtener soluciones de calibración manualmente.

Este conjunto de datos contiene datos de calibración para diferentes iluminaciones de fondo (0, 12.5, 25, 37.5, 50, 75 y 100 % de la luminancia de pantalla disponible) para producir datos de calibración con pupila estrechada y dilatada, así como tamaños de pupila intermedios; Drewes et al. (2014) repitió el procedimiento de calibración 3 veces. El conjunto de datos también contiene información para los dos ojos. En los siguientes experimentos, el conjunto de calibración para cada participante se seleccionó del ojo derecho, utilizando el primer ensayo generado para cada luminancia de fondo; luego, se consideraron un total de $39 \times 7 = 273$ conjuntos de calibración.

Datos de preprocesamiento. Para acelerar los cálculos, se aplica una etapa de preprocesamiento en la que se seleccionó al azar una muestra de $M = N/20$ mediciones de mirada sin reemplazo del conjunto de medidas de N mirada obtenidas por un solo participante. Después de este paso, las mediciones en la muestra están en el mismo orden en que aparecen en las mediciones originales.

Calibración / Puntos de prueba. Drewes et al. (2014) usan un patrón de calibración de 25 puntos. Debido a la necesidad de obtener calibraciones con una cantidad razonable de puntos, nueve de los 25 puntos fueron seleccionados arbitrariamente para fines de calibración (Fig. 3.3). El resto de los puntos (16) se utilizaron para fines de prueba.

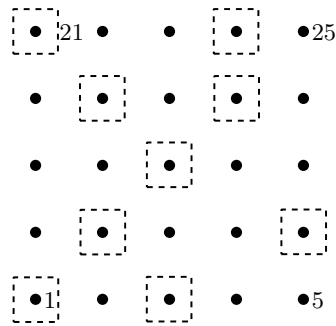


Figura. 3.3: Patrón de calibración utilizado en pruebas. Los puntos cuadrados indican subconjuntos de calibración, \mathcal{D}_c con $c \in \{1, 17, 24, 13, 10, 19, 7, 21, 3\}$. Los restantes subconjuntos se utilizan para la prueba.

Modelos y estrategias de estimación. Los modelos de polinomios que se muestran en las tablas 3.1 y 3.2 se usaron en las pruebas. Además, se compararon tres enfoques para estimar los parámetros de los modelos polinomiales:

- Simple, que usa todos los pares después de la etapa de submuestreo,
- ISMF, que elimina las mediciones iniciales y toma un valor medio de los puntos restantes para obtener cada par de calibración, y
- S-RANSAC, propuesto en este documento que establece un umbral igual a una diferencia angular de 2 grados para realizar el algoritmo de calibración.

Experimentos. Los experimentos se llevaron a cabo en dos fases:

- *Estimación de parámetros.* Cuyo objetivo es contrastar el error angular de diferentes estrategias de estimación de parámetros. Los parámetros del modelo se estimaron para cada conjunto de calibración y para cada modelo polinomial utilizando las diferentes estrategias de estimación; luego, se calculó la media de errores angulares absolutos para los puntos de prueba.
- *Selección de modelo.* Una vez seleccionada la mejor forma de estimarlos los parámetros; la siguiente pregunta de investigación es: ¿Cuál es el mejor selector de modelo si estamos interesados en minimizar los errores residuales? Para responder a esta pregunta, para cada conjunto de calibración se procedió de la siguiente manera: se realizó una calibración para cada modelo; luego, los selectores de modelo presentados en la sección 3.3 se utilizaron para seleccionar el mejor modelo. Posteriormente, se calculó el promedio de errores angulares absolutos para los puntos de prueba y se asoció a cada estrategia.

Model	Simple		ISMF		S-RANSAC		Estadísticas Annova		Subconjuntos Homogéneos
	M	S.D.	M	S.D.	M	S.D.	F	p	
M_1	7.21	3.29	2.83	2.56	2.10	2.15	272.58	0	{R}, {C}, {S}
M_2	7.33	3.47	2.93	3.20	1.96	2.09	248.57	0	{R}, {C}, {S}
M_3	7.32	3.45	2.99	3.48	2.04	2.14	223.52	0	{R}, {C}, {S}
M_4	8.17	5.12	2.88	3.75	2.12	2.10	229.80	0	{R}, {C}, {S}
M_5	7.09	3.46	2.83	2.68	2.15	2.47	229.47	0	{R}, {C}, {S}
M_6	7.21	3.47	2.97	3.83	2.02	2.37	190.38	0	{R}, {C}, {S}
M_7	5.97	3.17	3.57	6.86	2.44	2.72	40.78	0	{R}, {C}, {S}
M_8	7.14	3.54	3.16	4.27	2.03	2.12	164.47	0	{R}, {C}, {S}
M_9	7.20	3.58	3.16	4.24	2.13	2.20	163.18	0	{R}, {C}, {S}
M_{10}	8.47	5.21	3.17	4.34	2.04	2.14	188.41	0	{R}, {C}, {S}
M_{11}	8.25	5.20	3.15	4.33	2.07	2.38	171.16	0	{R}, {C}, {S}
M_{12}	8.17	5.03	3.21	4.32	2.15	2.16	171.86	0	{R}, {C}, {S}

Tabla. 3.3: Errores angulares absolutos para el eje x (en grados) para diferentes estrategias y modelos.

Model	Simple		ISMF		S-RANSAC		Estadísticas Annova		Subconjuntos Homogéneos
	M	S.D.	M	S.D.	M	S.D.	F	p	
N_1	4.60	1.48	2.98	2.13	1.85	1.26	198.63	0	{R}, {C}, {S}
N_2	6.01	2.87	2.67	2.38	2.10	1.46	224.02	0	{R}, {C}, {S}
N_3	4.59	1.48	2.55	2.26	1.88	1.23	182.06	0	{R}, {C}, {S}
N_4	4.66	1.51	2.81	3.94	2.05	1.33	114.71	0	{R}, {C}, {S}
N_5	5.14	1.91	2.64	2.52	2.04	1.73	167.69	0	{R}, {C}, {S}
N_6	4.63	1.42	2.43	1.47	2.10	1.24	267.08	0	{R}, {C}, {S}
N_7	4.66	1.44	2.55	2.28	1.95	1.27	182.95	0	{R}, {C}, {S}
N_8	4.56	1.54	2.63	2.41	1.95	1.37	147.12	0	{R}, {C}, {S}
N_9	4.60	1.37	2.53	2.20	2.08	1.25	175.21	0	{R}, {C}, {S}
N_{10}	4.58	1.48	2.47	2.39	1.88	1.45	162.21	0	{R}, {C}, {S}

Tabla. 3.4: Errores angulares absolutos para el eje y (en grados) para diferentes métodos y modelos.

	AIC	AICc	KIC	KICc	AKICc	RAIC	AICF
eje- x	1.58	1.62	1.59	1.66	1.66	1.66	1.62
eje- y	1.39	1.53	1.43	1.59	1.59	1.59	1.54
	1.48	1.57	1.51	1.62	1.62	1.62	1.58

Tabla. 3.5: Promedio de errores angulares absolutos (grados) para cada criterio de modelo.

Análisis de datos. Las pruebas ANOVA se realizaron con el software IBM SPSS Statistics 23. El nivel de significación estadística se estableció en $p < 0,05$. Los errores angulares se expresan en grados.

3.6 Resultados y Discusión

Los errores angulares absolutos para los ejes x y y se muestran en las tablas 3.3 y 3.4, respectivamente. Como se muestra en negrita, el enfoque S-RANSAC propuesto reduce significativamente el error angular absoluto para las coordenadas horizontales y verticales; esta afirmación es válida para cualquier modelo propuesto en la literatura.

Los resultados de la segunda prueba, “Selección de modelo”, se muestran en la tabla 3.5. Al comparar estos resultados con los obtenidos mediante el uso de un solo modelo (tablas 3.3 y 3.3 para x - y y -eje, respectivamente), el enfoque propuesto para la selección del modelo con los valores atípicos da mejores resultados. Además, el criterio que da la menor diferencia angular promedio fue el AIC.

En general, los errores angulares para el eje y son más bajos que los errores para el eje x . Este efecto podría deberse al patrón utilizado en el experimento (Fig. 3.3).

Los modelos polinomiales probados (tablas 3.1, 3.2) fueron elegidos —en lugar de un conjunto exhaustivo; es decir, el conjunto de términos de poder— para evitar errores agudos que pueden causar confusión.

3.7 Conclusiones

En este capítulo se propone el enfoque (S-RANSAC); las pruebas en un conjunto de datos disponibles públicamente muestran que este enfoque reduce los errores de la media angular absoluta en al menos un 30 % en comparación con el enfoque convencional (que consiste en eliminar las mediciones iniciales y tomar el valor de la mediana para cada punto de calibración). Se argumenta que el enfoque propuesto es especialmente útil cuando es difícil obtener un conjunto de calibración sin valores atípicos (por ejemplo, estudios con bebés o infantes).

En este capítulo también se presenta un enfoque que permite el uso de estadísticas de selección de modelos convencionales incluso en presencia de valores atípicos. Para mejorar la velocidad de calibración, prevemos un enfoque para buscar el mejor modelo polinómico al aumentar un término a la vez.

Selección de modelos polinomiales para recalibración

4.1 Introducción

La calibración de los rastreadores oculares puede disminuir debido a movimientos del usuario, datos atípicos, errores en la calibración o simple uso. Es por eso que la recalibración ha sido propuesta para mejorar la exactitud y precisión de las mediciones oculares, basadas en medidas con corrección.

Este capítulo propone la evaluación de modelos de recalibración ocular mediante métricas de selección de modelos (AIC y AICc).

4.2 Trabajo relacionado

La recalibración es similar a la calibración, se mapean coordenadas para asegurar buena precisión y exactitud. Los errores presentados en la etapa de recalibración son significativamente menores que los de la etapa inicial de calibración, debido al procedimiento previo de mapeo. Las recalibraciones propuestas en la literatura pueden ser técnicas como seguimiento de mirada (Ramirez Gomez y Gellersen, 2018) y acercamientos probabilistas (Chen y Ji, 2015), interacciones simples — clicks y uso del ratón — (Luo et al., 2017), entre otras; que generan nuevos puntos de calibración para mejorar la exactitud y precisión.

Entre los modelos para mapear la recalibración se encuentran las transformaciones lineales (Vadillo et al., 2015), las relaciones polinomiales (Zhu y Ji, 2007; Cherif et al., 2002); sin embargo la regresión es la más usada por su buen desempeño y bajo costo computacional. Al igual que en la calibración principal, se utilizan modelos sin evaluar su costo; no existen estudios que evalúen modelos de recalibración a la fecha. Debido al poco desarrollo de modelos de recalibración (Blignaut et al., 2014; Zhang y Hornof, 2014) se utilizan modelos usados en la calibración inicial (tabla 4.1 y 4.2); como lo descrito en el capítulo 3.

Modelos polinomiales para X		
$F_x(x, y)$	df	Uso en
M_1	$[x, 1]$	2 (Blignaut, 2016)
M_2	$[x, y, 1]$	3 (Blignaut, 2016)
M_3	$[x, xy, 1]$	3 (Blignaut, 2016)
M_4	$[x^3, x, 1]$	3 (Blignaut, 2016)
M_5	$[x^2, x, 1]$	3 Blignaut, 2016
M_6	$[x, y, xy, 1]$	4 (Hennessey et al., 2008; Zhu y Ji, 2007)
M_7	$[x^3, x^2, x, 1]$	4 (Blignaut, 2016)
M_8	$[x^2, x, y, 1]$	4 (Cerroloza et al., 2008)
M_9	$[x^2, x, xy, 1]$	4 (Blignaut, 2016)
M_{10}	$[x^3, x^2, y, 1]$	4 -
M_{11}	$[x^3, x, y^2, 1]$	4 (Blignaut, 2016)
M_{12}	$[x^3, x, xy, 1]$	4 (Blignaut, 2016)
M_{13}	$[x, y^2, y, 1]$	4 -
M_{14}	$[x^3, y^2, x, xy, 1]$	5 -
M_{15}	$[x^3, x^2, x, y, 1]$	5 -
M_{16}	$[x^2, x, x^2y^2, xy, 1]$	5 (Blignaut, 2016)
M_{17}	$[x^3, x, y, xy, 1]$	5 (Blignaut, 2016)
M_{18}	$[x^3, x, y, y, 1]$	5 (Blignaut, 2016)
M_{19}	$[x^3, x, y^2, xy, 1]$	5 (Blignaut, 2013)
M_{20}	$[x^3, x, xy, x^2y^2, 1]$	5 (Blignaut, 2016)
M_{21}	$[x^3, x, xy, x^2y^2, 1]$	5 -
M_{22}	$[x^2, x, xy, y, 1]$	5 (Blignaut, 2016)
M_{23}	$[x, y, xy, x^2y^2, 1]$	5 (Sesma-Sanchez et al., 2016)
M_{24}	$[x^2, x, y^2, y, 1]$	5 (Blignaut, 2016)
M_{25}	$[x^2, x, xy, y, 1]$	5 (Blignaut, 2016)
M_{26}	$[x^2, x, xy, xy^2, y, 1]$	6 (Zhang y Hornof, 2014)
M_{27}	$[x^3, x, xy, y^2, y, 1]$	6 (Blignaut, 2016)
M_{28}	$[x^3, x, y, xy, x^2y^2, 1]$	6 (Blignaut, 2016)
M_{29}	$[x^3, x, y^2, y, xy, 1]$	6 (Blignaut, 2016)
M_{30}	$[x^2, x, xy, y^2, y, 1]$	6 (Mitsugami et al., 2003)
M_{31}	$[x^3, x^2, x, xy, y, 1]$	6 -
M_{32}	$[x^3, x^2, x, y^2, y, 1]$	6 -
M_{33}	$[x^3, x^2, x, y^2, xy, y, 1]$	7 -
M_{34}	$[x^2, x, xy, y^2, y, x^2y^2, 1]$	7 (Mitsugami et al., 2003)
M_{35}	$[x^3, x, y^2, y, xy, x^2y, 1]$	7 -
M_{36}	$[x^3, x^2, x, y^2, y, xy^2, 1]$	7 -
M_{37}	$[x^3, x^2, xy, y^2, y, xy, 1]$	7 -

Tabla. 4.1: Modelos polinomiales X. Algunos modelos previamente usados en la literatura.

4.3 Materiales y métodos

El objetivo de este estudio es comparar el rendimiento (bajo el principio de parsimonia) de varios modelos polinomiales para recalibrar un rastreador ocular utilizando un conjunto de datos disponibles al público.

Modelos polinomiales para Y

	$F_y(x, y)$	df	Uso en
N_1	$[y, 1]$	2	(Blignaut, 2016)
N_2	$[y, x, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_3	$[y, xy, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_4	$[y^2, x, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_5	$[y, x^2, 1]$	3	(Blignaut, 2016)
N_6	$[y, x, xy, 1]$	4	(Hennessey et al., 2008)
N_7	$[y^2, y, x, 1]$	4	(Zhu y Ji, 2007)
N_8	$[y, x, x^2y^2, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_9	$[y, x^2, xy^2, 1]$	4	–
N_{10}	$[y^2, x, xy^2, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_{11}	$[y, x^2, xy, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_{12}	$[y, x^2, x^2y, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_{13}	$[y^2, x, x^2y, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_{14}	$[y^2, x, x^2y^2, 1]$	4	(Blignaut, 2016)
N_{15}	$[y^3, y^2, y, 1]$	4	–
N_{16}	$[y, x^2, x, 1]$	4	–
N_{17}	$[y, x, xy, x^2y^2, 1]$	5	(Sesma-Sanchez et al., 2016)
N_{18}	$[y, x^2, xy, x^2y, 1]$	5	(Cerrolaza et al., 2008)
N_{19}	$[y, x^2, xy, x^2y^2, 1]$	5	(Blignaut, 2016)
N_{20}	$[y^2, x, xy, x^2y^2, 1]$	5	(Blignaut, 2016)
N_{21}	$[y^2, y, x, x^2y, 1]$	5	(Blignaut, 2016)
N_{22}	$[y^2, y, xy, x^2y^2, 1]$	5	(Blignaut, 2016)
N_{23}	$[y^3, x^2, y, xy, 1]$	5	–
N_{24}	$[y^3, y^2, y, x, 1]$	5	–
N_{25}	$[y^3, y, x^2, xy, x^2y^2, 1]$	6	–
N_{26}	$[y^2, y, x^2, x, xy, 1]$	6	(Mitsugami et al., 2003)
N_{27}	$[y^2, y, x^2, x, x^2y, 1]$	6	(Blignaut, 2016)
N_{28}	$[y^2, y, x^2, x, xy^2, 1]$	6	(Blignaut, 2016)
N_{29}	$[y^2, y, x^2, x, xy, x^2y^2]$	6	(Blignaut, 2016)
N_{30}	$[y, xy, x^2y, x, x^2, 1]$	6	(Blignaut et al., 2014)
N_{31}	$[y^2, y, xy, yx^2, x, 1]$	6	–
N_{32}	$[y^3, y^2, y, xy, x, 1]$	6	–
N_{33}	$[y^3, y^2, y, x^2, x, 1]$	6	–
N_{34}	$[y^2, y, x^2, x, xy, x^2y, 1]$	7	(Blignaut y Wium, 2013)
N_{35}	$[y^2, y, x^2, x, xy, x^2y^2, 1]$	7	(Mitsugami et al., 2003)
N_{36}	$[y^3, y^2, y, x^2, xy, x, 1]$	7	–
N_{37}	$[y^3, y, x^2, x, xy, xy^2, 1]$	7	–

Tabla. 4.2: Modelos polinomiales Y. Algunos modelos previamente usados en la literatura.

4.3.1 Datos de prueba

El ‘Pilot Dataset’ (MacGregor et al., 2016), contiene mediciones de seguimiento ocular (muestras de fijación) de 12 participantes en una configuración de laboratorio; se utilizó un rastreador ocular Tobbi X60 en una configuración de 60 Hz, con un panel plano Dell 2209WA 1680 × 1050 a una distancia de visualización de aproximadamente 70 cm.

Se usó un patrón de 9 puntos para obtener *puntos de fijación*; donde cada punto de fijación tiene asociado un punto de recalibración en la pantalla.

4.3.2 Procedimiento

Los datos del i -ésimo participante son utilizados para realizar una aproximación por mínimos cuadrados de cada modelo para la coordenada horizontal, M_i , que se usan en la tabla 4.1 y tabla 4.2; luego, los valores de $RSS_i(p)$ y $AICc_i(p)$ — definidos como el RSS y AICc para el modelo M_i sobre la base del participante p también se calcularon muestras. Este proceso se repitió para los modelos polinomiales N_i que corrigen la coordenada vertical Y .

4.3.3 Métricas

Las siguientes estadísticas fueron calculadas:

$$\begin{aligned} \text{Diferencia media de AICc } (\overline{\Delta AICc_i}): & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \Delta AICc_i(p) \\ \text{Media RSS:} & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m RSS_i(p) \end{aligned}$$

Tabla. 4.3: Métricas de comparación.

4.4 Resultados

En general, la media del error mínimo cuadrático se reduce para modelos con más parámetros; sin embargo, esto podría causar sobreajuste. Los modelos con sobreajuste podrían considerar el ruido como estructura de modelo subyacente — un efecto no deseado.

Los resultados presentados aquí son válidos solo para el dispositivo Tobbi X60. Cada dispositivo requiere una caracterización adecuada debido a la configuración específica. Por ejemplo, estudios anteriores (Blignaut, 2016; Blignaut, 2013) dan importancia a la cantidad luz infrarroja presente en el lugar del experimento; ya que puede modificar el rendimiento general de los modelos de calibración.

Modelos polinomiales para X						Modelos polinomiales para Y					
Nombre	df	\overline{AICc}	$\Delta AICc$	LER_i	\overline{RSS}	Nombre	df	\overline{AICc}	$\Delta AICc$	LER_i	\overline{RSS}
M_1	2	12.59	0.00	0.00	149.94	N_1	2	14.31	0.00	0.00	911.56
M_2	3	17.08	4.49	0.97	130.84	N_2	3	15.93	1.62	0.35	148.59
M_3	3	17.13	4.53	0.98	133.71	N_3	3	18.09	3.77	0.82	534.83
M_4	3	17.15	4.56	0.99	130.48	N_4	3	18.43	4.12	0.89	595.95
M_5	3	17.17	4.57	0.99	131.80	N_5	3	16.60	2.28	0.49	218.46
M_6	4	24.09	11.50	2.49	121.06	N_6	4	22.33	8.02	1.74	92.13
M_7	4	23.74	11.14	2.42	104.68	N_7	4	22.61	8.30	1.80	101.03
M_8	4	23.98	11.39	2.47	109.20	N_8	4	22.45	8.14	1.76	108.25
M_9	4	24.10	11.50	2.49	115.35	N_9	4	23.39	9.08	1.97	155.21
M_{10}	4	23.96	11.36	2.46	107.68	N_{10}	4	25.24	10.93	2.37	473.10
M_{11}	4	24.04	11.44	2.48	114.64	N_{11}	4	23.46	9.15	1.98	164.70
M_{12}	4	24.08	11.49	2.49	114.15	N_{12}	4	23.24	8.93	1.94	127.32
M_{13}	4	24.02	11.43	2.48	120.08	N_{13}	4	25.50	11.19	2.43	545.01
M_{14}	5	35.53	22.94	4.98	92.22	N_{14}	4	37.27	22.96	4.87	483.93
M_{15}	5	35.35	22.76	4.94	84.78	N_{15}	4	34.27	19.96	1.94	82.48
M_{16}	5	35.79	23.20	5.03	100.56	N_{16}	4	35.05	20.74	2.43	147.61
M_{17}	5	35.67	23.08	5.01	97.13	N_{17}	5	33.96	19.64	2.28	84.05
M_{18}	5	35.67	23.08	5.01	97.13	N_{18}	5	33.71	19.40	2.55	70.24
M_{19}	5	35.86	23.26	5.05	103.19	N_{19}	5	35.21	20.90	0.88	141.82
M_{20}	5	36.38	23.17	5.03	99.34	N_{20}	5	36.33	22.01	7.50	337.43
M_{21}	5	35.97	22.92	4.97	88.83	N_{21}	5	34.28	19.97	2.48	94.01
M_{22}	5	35.09	23.10	5.01	98.58	N_{22}	5	33.56	19.25	1.18	60.17
M_{23}	5	35.26	23.27	5.05	106.57	N_{23}	5	35.14	20.83	2.55	141.13
M_{24}	5	35.71	23.04	5.00	95.26	N_{24}	5	34.71	20.40	1.69	87.58
M_{25}	5	35.09	23.11	5.01	98.58	N_{25}	5	35.14	20.83	5.90	141.13
M_{26}	5	59.46	23.10	5.01	88.86	N_{26}	6	57.94	43.63	9.47	66.94
M_{27}	6	59.38	46.78	10.15	86.31	N_{27}	6	58.05	43.74	9.49	71.69
M_{28}	6	59.39	46.76	10.16	84.84	N_{28}	6	58.09	43.78	9.50	81.94
M_{29}	6	59.33	46.72	10.15	64.29	N_{29}	6	56.84	42.53	9.23	51.37
M_{30}	6	59.38	46.78	10.15	86.31	N_{30}	6	57.71	43.40	9.42	70.24
M_{31}	6	59.06	46.46	10.08	75.39	N_{31}	6	57.87	43.56	9.46	67.34
M_{32}	6	58.92	46.32	10.06	76.14	N_{32}	6	57.59	43.28	9.40	60.33
M_{33}	7	130.63	118.03	25.63	66.71	N_{33}	6	60.08	45.77	9.94	76.74
M_{34}	7	130.74	118.15	25.65	68.45	N_{34}	7	129.27	114.96	24.96	62.70
M_{35}	7	130.56	117.96	25.61	67.43	N_{35}	7	129.38	115.07	24.98	64.10
M_{36}	7	130.60	118.01	25.62	66.40	N_{36}	7	143.35	129.04	25.06	64.88
M_{37}	7	130.31	117.72	25.56	66.15	N_{37}	7	128.39	114.58	24.88	84.64

Tabla. 4.4: Mejores modelos para polinomios en \check{x} y \check{y} .

Variable	Modelo
\check{x}	M_1 $[x, 1]$
	M_7 $[x^3, x^2, x, 1]$
	M_3 $[x, xy, 1]$
	M_2 $[x, y, 1]$
\check{y}	N_1 $[y, 1]$
	N_{15} $[y^3, y^2, y, 1]$
	N_3 $[y, xy, 1]$
	N_2 $[y, x, 1]$

Tabla. 4.5: Modelos de recalibración seleccionados.

4.5 Conclusiones

Este capítulo estudia diferentes modelos de recalibración con polinomios comúnmente utilizados. Para evitar el sobre-ajuste, estos modelos se compararon en el contexto del principio de parsimonia utilizando el AICc.

Para evaluar la técnica propuesta se utiliza el “Pilot Dataset”; en el cual no se observaron datos atípicos debido a la etapa de calibración. Este dataset contiene información previamente calibrada con 9 puntos de calibración lo que delimita los modelos posibles a evaluar. Se observa que hay un conjunto de modelos equivalentes que dan una variación mínima. El grado de modelos polinomiales equivalentes es menor o igual a 3.

Como trabajo futuro, se prevé un enfoque de calibración incremental. Por ejemplo, para los dispositivos de seguimiento ocular, en la etapa de calibración primero se consideraría un modelo lineal con pocos puntos; luego, al considerar nuevos puntos de calibración, el número de parámetros podría aumentar — elevando la complejidad del modelo. Este proceso podría repetirse hasta que se estime el modelo equivalente (el más complejo). Dicho enfoque requiere tener en cuenta la ubicación física de los puntos de calibración para preservar la precisión y el rendimiento (Harezlak et al., 2014).

Comparación de trayectorias oculares

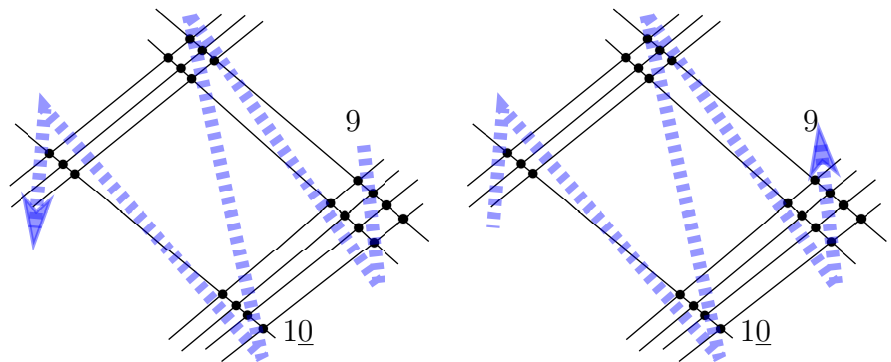
5.1 Introducción

La Fig. 5.1 muestra un problema que motivó el estudio de la detección de patrones oculares en esta tesis. Para encontrar deficiencias académicas en estudiantes de primaria se pueden estudiar objetos de aprendizaje. La multiplicación japonesa se utiliza para evaluar la capacidad cognitiva, de retención y de desempeño académico a edades tempranas. Su uso puede ser evaluado mediante el seguimiento ocular, exponiendo errores en el orden de los pasos y el acarreo de dígitos.

En la Fig. 5.1 (a) se muestra los patrones oculares correctos para una multiplicación japonesa —de izquierda a derecha, en la Fig. 5.1 (b) muestra una trayectoria errónea con orden inverso —de derecha a izquierda. Además de que los estudiantes siguen una trayectoria ocular inversa a la esperada —ocasionada por que el estudiante hizo un acarreo hacia la derecha. Este problema se visualiza como una trayectoria ocular con cierto grado de similitud, pero incorrecta. Por ejemplo, solo 4 de 5 puntos de interés son vistos; que describe que una incorrecta realización de los pasos de la multiplicación y por ende el resultado será incorrecto.

La detección de patrones en rutas oculares es útil en estudios de comportamiento, medicina, neurociencia, etc. Varias técnicas se han propuesto para comparar los movimientos oculares; sin embargo, es poca la precisión y robustez que estas ofrecen. Este capítulo revisa dichas técnicas y propone una técnica de comparación de rutas oculares capaz de comparar patrones y rutas oculares de manera robusta.

Para poder realizar comparación de rutas oculares, es necesario que la información obtenida por el hardware esté libre de datos atípicos, movimientos oculares indeseados (como parpadeos y reflejos anormales de las pupilas (Morimoto y Mimica, 2005), pérdida de atención y movimientos involuntarios (Rigas et al., 2012), entre otros. En la mayoría de las ocasiones la calibración mitiga estos errores; sin embargo, es común que éstos errores se presenten aun después de una calibración o recalibración. Para detectar correctamente patrones en movimiento oculares, aún



(a) Multiplicación japonesa correcta (b) Multiplicación japonesa incorrecta

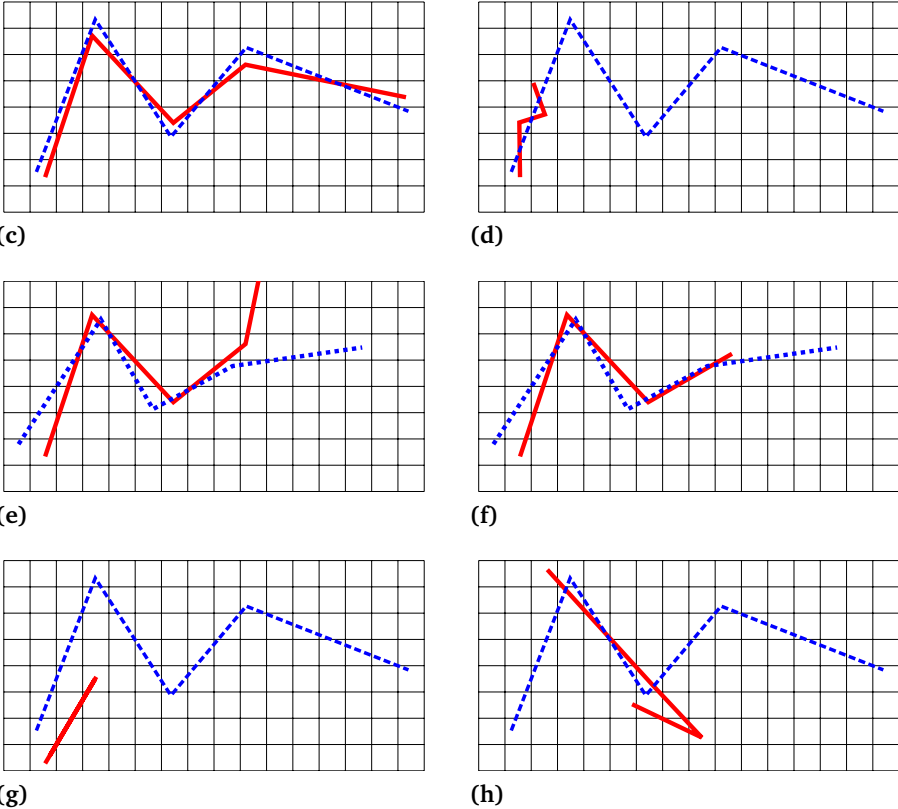


Figura. 5.1: Errores comúnmente presentes en las trayectorias oculares.

en la presencia de errores como los mostrados en la Fig. 5.1, esta capítulo propone una técnica basada en la distancia de Fréchet y Q -gramas.

5.2 Trabajo relacionado

Las diferentes técnicas encontradas en la literatura para comparar movimiento oculares generalmente se dividen en dos categorías principales, aquellas que están basadas en técnicas geométricas (Mannan et al., 1996; Jarodzka et al., 2010; Dewhurst et al., 2012), o en caracteres (Eraslan et al., 2015; Needleman y Wunsch,

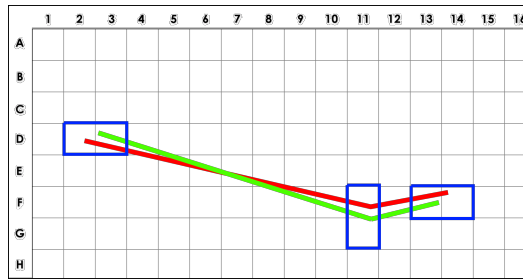


Figura. 5.2: Asignación incorrecta de caracteres.

1970; Cristino et al., 2010). Dependiendo de la técnica, las coordenadas se transforman a distintas representaciones como vectores, caracteres, figuras geométricas, entre otros. Esta transformación involucra en la mayoría de las veces una pérdida de información con respecto a las coordenadas originales, por lo que es necesario una técnica capaz de comparar trayectorias oculares de manera robusta y sin pérdida de información.

Técnicas basadas en caracteres. Estas técnicas dividen la pantalla con una rejilla o mediante áreas de interés (Areas of Interest, AOI), para relacionar cada fijación en una región a la que se le asigna un carácter único. Es decir, si la fijación se da dentro del perímetro de cierta área, se le asigna la letra correspondiente. Se utiliza un alfabeto previamente definido para poder comparar ambas secuencias de caracteres.

Existen muchas métricas y algoritmos capaces de comparar secuencias de caracteres, principalmente la distancia de Levenshtein; así como el algoritmo de Needleman y Wunsch (Eraslan et al., 2015).

Distancia de Levenshtein. La distancia de edición o distancia de Levenshtein, determina la distancia entre dos cadenas de caracteres como el número de operaciones necesarias para convertir una en otra. Las operaciones de caracteres que son tomadas en cuenta para esta distancia son la inserción, la eliminación y la sustitución.

Algoritmo de Needleman y Wunsch. Un defecto de los enfoques basados en caracteres es la presencia de errores y ruido en las mediciones oculares. La figura 5.2 muestra como dos cadenas con alta similitud pueden ser asignadas con diferentes áreas de interés. Para resolver este problema se propone el uso del algoritmo de Needleman y Wunsch Needleman y Wunsch, 1970 que crea una matriz de edición, basada en la cercanía de cada uno la vecindad en áreas de interés.

Otros enfoques robustos. Cristino et al. (2010) proponen la técnica *Scanmatch*, que compara de manera robusta movimientos oculares utilizando el algoritmo de Needleman y Wunsch con varias modificaciones; (i) toma en cuenta la duración de la fijación alineando las cadenas para posteriormente compararlas y (ii) realiza simplificación de saltos sacádicos para la asignación de caracteres. Aun con lo anterior, el algoritmo depende de las áreas de interés; no siendo robusto a datos atípicos o eliminación de la información.

Técnicas geométricas Las trayectorias oculares están formadas por un par ordenado (x, y) y una unidad de tiempo (t) , son transformadas y/o simplificadas para ser evaluadas de manera geométrica.

El enfoque más simple es comparar la distancia mínima entre el conjunto de puntos utilizados para comparar rápidamente el patrón y la ruta de exploración, con una relación uno a uno entre las cadenas poligonales (Mannan et al., 1996). Aunque esta técnica es rápida y reduce el costo computacional, tiene un bajo rendimiento cuando P y Q no tienen vértices lo suficientemente cercanos para coincidir, incluso cuando la forma general es similar.

Jarodzka et al. (2010) propone una técnica de similitud multi-métrica; la forma, la posición de fijación, la longitud, la dirección y la duración de la fijación se comparan para garantizar la correspondencia. Para calcular la similitud en la forma, se aplica una diferencia entre vectores de fijaciones; un pequeño residuo de la resta del vector asegura una similitud. La longitud de la fijación se mide por una diferencia normalizada entre los puntos finales; para la diferencia de posición de fijación entre las fijaciones alineadas; para posicionar una distancia euclidiana normalizada entre fijaciones alineadas; y por diferencia de duración normalizada. Desafortunadamente, esta técnica todavía tiene inconvenientes en la comparación de formas; una ruta de exploración y un patrón de consulta se deben comparar de forma pareja y no se admite la seguimiento de mirada.

Dewhurst et al. (2012) propone una técnica (MultiMatch) donde los saltos sacádicos y fijación son representados como vectores $(u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_m)$, que son simplificados para asegurar que se maneja un costo computacional bajo. Vectores con direcciones similares son absorbidos, menores a (45 deg) , y aquellos con amplitudes pequeñas (10 % en la pantalla) son agrupados $(u' = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_m)$. Esta técnica utiliza el algoritmo de Dijkstra (1959) con una matriz de diferencia vectorial para asegurar una alineación óptima. MultiMatch puede comparar las rutas de exploración alineadas; mediante un simple proceso de resta y promedio de dimensiones entre los vectores. Cada par de vectores sacádicos simplificados, y sus fijaciones correspondientes, se pueden comparar en base a cinco dimensiones, lo

que arroja valores de similitud entre 0 y 1 (invertido, de manera que 1 equivale a comparaciones idénticas).

Algunas de estas técnicas han mostrado buena precisión y bajo costo computacional (Dewhurst et al., 2012; Jarodzka et al., 2010); sin embargo, al utilizar los datos calibrados la información se pierde —debido al mapeo y, por lo tanto, se puede hacer una suposición falsa sobre los datos que comprometa la veracidad del estudio y los resultados. El error esta aún presente cuando la fijación ocurrió durante la primera parte de la construcción del evento ocular —cuando se usa filtro de mediana en la calibración. El método propuesto logra mitigar estos errores de falta de información; así como la presencia de datos atípicos.

5.3 Propuesta

Antes de explicar la técnica propuesta, se realizan las siguientes definiciones.

Definiciones preliminares Sean A y B dos conjuntos finitos de puntos, para $a \in A$ se define $d(a, B) = \min_{b \in B} d(a, b)$, donde $d(a, b) = |(a - b)|$ es la métrica Euclidiana. Para las cadenas poligonales P y Q consistentes de p y q vertices, Alt y Godau (1995) proponen un algoritmo con costo computacional $\mathcal{O}(pq \log(pq))$. Dadas dos cadenas poligonales P , Q y un valor predefinido de ϵ , decidir si $d_f(P, Q) \leq \epsilon$ — que toma $\mathcal{O}(pq)$. Para realizar esta comparación se calcula un diagrama libre de espacio entre P y Q ; donde F_ϵ , es el tamaño del lazo ϵ que se compara a través de las curvas. Entonces, $d_f(P, Q) \leq \epsilon$ exactamente si existe una curva que corresponda a F_ϵ de $(0, 0)$ a (p, q) que es monotona a ambas coordenadas.

Lema 5.1. Sea P y Q dos cadenas poligonales con vértices (p_1, \dots, p_m) , (q_1, \dots, q_n) , respectivamente; tales que $d_f(P, Q) \leq \epsilon$, if $d(q_1, q_i) \geq 2\epsilon$ para $i > 1$ y $d(q_n, q_j) \geq 2\epsilon$ para $j < n$, existe exactamente una mínima subsecuencia de inclusión.

Demostración. La demostración se muestra en (De Berg et al., 2013). □

Observación 5.1. Sean P y Q dos cadenas poligonales tales que $d_f(P, Q) \leq \epsilon$, y $d(q_i, q_j) \geq 2\epsilon$ para todo $i \neq j$.

Además, sea $P' \subseteq P$ la mínima subsecuencia de inclusión, y p'_i, p'_f sean los vértices iniciales y finales de P' . Los vértices $p' \in P'$ satisfacen que $|(p' - q_1)| \leq \epsilon$ si y solo si $p' = p'_i$, y $|(p' - q_n)| \leq \epsilon$ si y solo si $p' = p'_f$.

Observación 5.2. La distancia discreta de Fréchet $d_f(A, B) = \inf_{\mu} \max_{a \in A} \text{dist}(a, \mu(a))$ está dada por $d_f(A, B) = \min_{\mu} \max_{a \in A} \text{dist}(a, \mu(a))$ permitiendo un múltiple mapeo para $P : A \rightarrow B$.

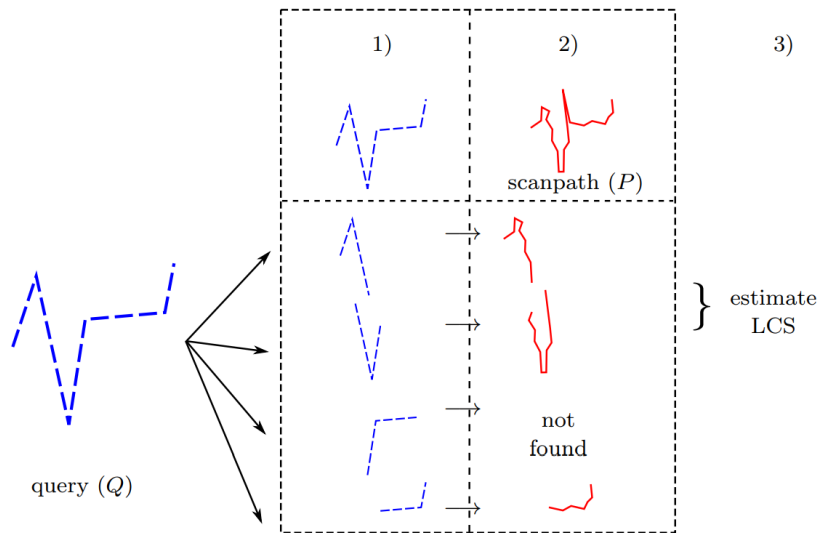


Figura. 5.3: Resumen del enfoque propuesto. 1) k -secuencias son obtenidas del patrón P , 2) cada k -secuencia, q_i , se consulta contra P , 3) se calcula el coeficiente de similitud.

Alt y Godau (1995) asumen que: (i) toda la cadena poligonal P corresponde a la consulta Q ; por ejemplo, no puede encontrar un patrón pequeño dentro de una trayectoria ocular más larga, y (ii) la máxima distancia entre las cadenas poligonales esta acotada; es decir, un scanpath con datos atípicos requiere un valor ϵ que corresponda al patrón en base al error esperado.

Se pueden identificar dos fuentes de error al medir las rutas de exploración: las causadas por el usuario (hechas por el hombre) y las causadas por el rastreador ocular (hechas por hardware). Ejemplos de errores causados por el hombre son: dispersión de ojos (Freeth et al., 2010), pestañas y reflejos de córnea (Morimoto y Mimica, 2005), parpadeos y la atención temporal se pierde entre otros movimientos involuntarios (Rigas et al., 2012). Los errores de hardware se pueden dividir en *variable* (dispersión de los puntos de mirada registrados alrededor de la fijación real), y *sistemático* (deriva entre el punto de mirada promedio y la fijación real) (Hornof y Halverson, 2002). Los errores variables indican falta de precisión, mientras que los errores sistemáticos indican falta de exactitud. En esencia, los errores de las variables son contrarrestados por la distancia de Fréchet, mientras que los errores sistemáticos por Q -gramas.

Descripción del algoritmo El algoritmo 2 describe la técnica para comparar trayectorias oculares. En el paso 2 las mediciones P que se obtienen del dispositivo de seguimiento ocular se simplifican. En el paso 3 se obtienen los q -gramas de las secuencias P , Q ; después se evalúan las distancias a los puntos iniciales y finales d_1, d_2 . En la línea 7 se hace uso del teorema 5.1. La línea 8 se calcula la distancia

Algoritmo 2: Comparación de trayectorias oculares.

Entrada: P : Trayectoria ocular, Q : Patrón de consulta, t : Umbral de aceptación y ϵ : distancia máxima

Salida: D : Salida booleana, verdadero si el patrón Q existe en la trayectoria P

```
1  $a \leftarrow 0$ 
2  $P' \leftarrow$  Simplificar trayectoria ocular  $P$ 
3 Separar  $P'$  y  $Q$  en conjuntos de  $k$ -subsecuencias,  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{Q}$ , respectivamente.
4 para cada  $p \in P'$ ,  $q \in Q$  hacer
5    $d_1 \leftarrow d(\text{inicial}(p), \text{inicial}(q))$ 
6    $d_2 \leftarrow d(\text{fin}(p), \text{fin}(q))$ 
7   si  $d_1 \leq 2\epsilon \wedge d_2 \leq 2\epsilon$  entonces
8     si  $d_f(p', q) < \epsilon$  entonces
9        $a \leftarrow a + 1$ 
10 si  $a / \max(|\mathcal{P}|, |\mathcal{Q}|) \leq t$  entonces
11   devolver verdadero
12 en otro caso
13   devolver falso
```

de Fréchet para la subsecuencial. La línea 10 a 13 devuelven verdadero o falso si el índice de Jaccard se cumple.

Alt y Godau (1995) muestran que la distancia de Fréchet puede ser calculada en un tiempo $O(nm \log(nm))$ para A y B como curvas de cadenas poligonales con vértices n y m , respectivamente.

5.4 Experimentos

Como se indica en Brockmann y Geisel (2000), las rutas de exploración se pueden simular como una Vuelo de Levy, que es un tipo de caminata aleatoria. Otro acercamiento a esta simulación se puede encontrar en (Duchowski et al., 2010), donde las trayectorias oculares son generadas por una caminata aleatoria con una distribución de probabilidad de cola pesada. Aunque se utilizan diferentes distribuciones, el concepto es equivalente en todos los que se encuentran en la literatura.

Por lo tanto, para el experimento se simula la ruta de exploración como el patrón utilizando un enfoque similar. Se generan patrones de trayectorias oculares con longitudes variables usando una caminata aleatoria con variación en dirección y longitud, ambas acotadas por una distribución normal. Para las trayectorias oculares que simulan el comportamiento del ojo se realiza un proceso similar; con variabilidad de número de puntos en la cadena. Por ejemplo, un patrón puede tener 5 puntos mientras que la trayectoria ocular P puede tener 5 o más puntos donde esta variación modela los saltos y micro-saltos sacádicos Duchowski et al. (2010).

N-grams	Longitud(p)	Equivalencia
2	5	97 %
2	10	98 %
2	15	96 %
3	5	96 %
3	10	90 %
3	15	85 %

Tabla. 5.1: Resultados con 1/5 de datos atípicos.

Para generar un patrón se selecciona un punto aleatorio (x, y) desde la pantalla para iniciar la caminata, luego de acuerdo con una distribución normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ y se generan n puntos subsecuentes. En la cadena P es distinto, donde se puede tener un nuevo punto de la cadena o un micro-salto sacádico, dado por $\mathcal{N}(\mu, \sigma')$ donde $\sigma' \leq \epsilon$ o aproximadamente 30 píxeles, como sugiere Duchowski et al., 2010.

El término “fijación” se utiliza, sin embargo, no debe confundirse con una técnica de comparación de fijación.

5.5 Discusión y resultados

La distancia de Fréchet asegura que la forma se conserve a través de la detección de la ruta de exploración, mientras que los Q -gramas crean subconjuntos de segmentos que son más fáciles de comparar. Los puntos de fijación cercanos no se absorben de ninguna manera en nuestro algoritmo; se instiga en no eliminar ningún dato para evitar la simplificación excesiva. En la mayoría de las cadenas o aproximaciones geométricas, los puntos cercanos con coordenadas similares se absorben o incluso se eliminan. La simplificación hecha en técnicas populares plantea un problema excesivo; donde se busca reducir los cálculos en lo posible, al tiempo que se conserva la forma. Es mejor, a nuestro entender, comparar todos los puntos sin procesar para garantizar que no se pierda ninguna información vital.

La técnica presentada aborda todos los errores presentados en la Fig 5.1; aunque en la actualidad nuestro algoritmo no considera el orden inverso. En muchos casos es trivial; ya que cuando se busca el orden de detección de la ruta de exploración en los movimientos oculares es vital.

El desplazamiento espacial está siendo trabajado por la distancia de Fréchet, ocurriendo en (b), (c) y (d). El desplazamiento temporal no se tiene en cuenta en este documento debido a la falta de uso adecuado en escenarios de casos reales. Por ejemplo, en el caso de estudiar dos rutas de exploración de forma temporal, esto

puede tener grandes diferencias en la marca de tiempo t_i mientras que tiene una forma similar o incluso exacta. Además, la carga cognitiva para cada usuario es diferente, lo que significa que un usuario puede tomar t para completar una tarea cuando otro puede $2t$ mientras realizan rutas equivalentes.

La tabla 5.1 muestra los resultados; se utilizó una proporción de $1/5$ en el experimento de 100 escenarios. Surgen casos especiales al estudiar los resultados, uno fue la relación entre valores atípicos y Q -gramas; por ejemplo, cuando se usan 3 gramos en 5 longitudes s , el número de combinaciones totales es 10, por lo tanto, el número de subsecuencias posibles de 3-gramas que pueden compensarse es 6. Cuando se usan 2-gramas, el número de combinaciones s afectado por un valor atípico es 4.

5.6 Conclusiones

Las técnicas reportadas en la literatura generalmente requieren que cada vértice de p se asocie con al menos una fijación de s . Un enfoque más flexible consiste en considerar la similitud de formas entre p y s (sin la restricción de cercanía entre vértices y fijaciones).

Existen dos casos donde la técnica propuesta necesita mejora (a), donde las micro-saltos sacádicos están entre las fijaciones y pueden proporcionar resultados falsos de equivalencia y simplificación cuando se tratan en una técnica basada en fijaciones o caracteres; y (b) donde se tienen múltiples vértices a través de una única fijación.

La detección de la ruta de exploración a través de la simplificación limita la investigación que se puede hacer al usar movimientos oculares; porque eliminar información vital puede ser crucial en otros escenarios, por ejemplo, al detectar enfermedades (Freeth et al., 2010) o detectar estados emocionales (Eisenbarth y Alpers, 2011). Las aplicaciones futuras pueden encontrar nuestra técnica útil cuando se busca una herramienta potente y robusta para detectar rutas de exploración.

La psicología y los campos médicos pueden beneficiarse de nuestra técnica; por ejemplo, cuando se busca la detección de rutas de exploración para relacionarlas con enfermedades o trastornos mentales; en reposo o cuando se realiza una determinada tarea. Otra aplicación serían los datos biométricos, para garantizar que las micro-sacadas sean las realizadas por cierto usuario.

Conclusiones y trabajo futuro

6.1 Discusión y conclusiones

El uso de selectores para evaluar modelos estadísticos de dispositivos de seguimiento ocular resuelve la necesidad de una calibración personalizada. Esta calibración se puede repetir para cada usuario; sin embargo, es necesario conocer el origen de los datos. Drewes et al. (2014) menciona la diferencias entre un dispositivo de seguimiento ocular JAZZ y VOG; además las diferentes condiciones de iluminación afectan el desempeño de los rastreadores oculares. El conjunto de datos usado anteriormente posee estas características; sin embargo, no se planteo evaluar las condiciones y su desempeño.

Las trayectorias oculares sin datos atípicos son virtualmente inexistentes, debido a la naturaleza de su origen, los usuarios. Debido a lo anterior la necesidad de poder comparar de manera robusta patrones y búsquedas; que aseguren que se siguió un cierto patrón. Por ejemplo, cuando se evalúan objetos de aprendizaje como la multiplicación japonesa; se podría describir el comportamiento del niño de manera automática —si el usuario no siguió el orden, o si evito cierto paso.

6.2 Trabajo futuro

Como parte del trabajo futuro de esta tesis esta la evaluación de un mismo conjunto de datos para una evaluación de calibración y recalibración. Debido a la naturaleza de ambos dataset las pruebas demuestran que se realiza de manera correcta la calibración y recalibración. Sin embargo, el uso más común de los algoritmos desarrollados sería para una calibración por usuario, para conforme el desempeño disminuye; un etapa de recalibración sería usada. Existen mejores métodos para evaluar una recalibración, se tiene por ejemplo calibración incremental mediante puntos de interés en pantalla de instrucciones, juegos educativos, entre otros.

Como parte del trabajo futuro para la comparación de trayectorias oculares sería la evaluación de la técnica propuesta en un conjunto de datos real, que asegure la feracidad de las mediciones. Por ejemplo, se plantea que los niños con déficit

de atención tienen trayectorias oculares diferentes; a la hora de escanear caras se enfocan mucho en la boca y evitan los ojos. Otra extensión del trabajo aquí propuesto sería la inclusión del tiempo en las coordenadas de las fijaciones; ya que por el momento es algo que esta tesis no toma en cuenta.

Bibliografía

- Alt, Helmut y Michael Godau (1995). "Computing the Fréchet distance between two polygonal curves". En: *International Journal of Computational Geometry & Applications* 5.01n02, págs. 75-91 (citado en las páginas 9, 33-35).
- Anderson, Nicola C, Fraser Anderson, Alan Kingstone y Walter F Bischof (2015). "A comparison of scanpath comparison methods". En: *Behavior research methods* 47.4, págs. 1377-1392 (citado en la página 1).
- Bernardo, Jose M et al. (1976). "Psi (digamma) function". En: *Applied Statistics* 25.3, págs. 315-317 (citado en la página 9).
- Blignaut, Pieter (2013). "A new mapping function to improve the accuracy of a video-based eye tracker". En: *Proceedings of the South African Institute for Computer Scientists and Information Technologists Conference*. ACM, págs. 56-59 (citado en las páginas 24, 26).
- (2016). "Idiosyncratic feature-based gaze mapping". En: *Journal of Eye Movement Research* 9.3 (citado en las páginas 14-16, 24-26).
- Blignaut, Pieter y Daniël Wium (2013). "The effect of mapping function on the accuracy of a video-based eye tracker". En: *Proceedings of the 2013 Conference on Eye Tracking South Africa*. ACM, págs. 39-46 (citado en la página 25).
- Blignaut, Pieter, Kenneth Holmqvist, Marcus Nyström y Richard Dewhurst (2014). "Improving the accuracy of video-based eye tracking in real time through post-calibration regression". En: *Current Trends in Eye Tracking Research*. Springer, págs. 77-100 (citado en las páginas 23, 25).
- Boccignone, Giuseppe y Mario Ferraro (2004). "Modelling gaze shift as a constrained random walk". En: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 331.1-2, págs. 207-218 (citado en la página 10).
- Brockmann, Dirk y Theo Geisel (2000). "The ecology of gaze shifts". En: *Neurocomputing* 32, págs. 643-650 (citado en la página 35).
- Burnham, Kenneth P y David R Anderson (2003). *Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach*. Springer Science & Business Media (citado en la página 8).
- Cavanaugh, Joseph E et al. (1997). "Unifying the derivations for the Akaike and corrected Akaike information criteria". En: *Statistics & Probability Letters* 33.2, págs. 201-208 (citado en la página 8).

- Cerrolaza, Juan J, Arantxa Villanueva y Rafael Cabeza (2008). "Taxonomic study of polynomial regressions applied to the calibration of video-oculographic systems". En: *Proceedings of the 2008 symposium on Eye tracking research & applications*. ACM, págs. 259-266 (citado en las páginas 15, 16, 24, 25).
- Cetin, Meral Candan y Aydin Erar (2002). "Variable selection with Akaike information criteria: a comparative study". En: *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics* 31, págs. 89-97 (citado en la página 9).
- Chen, Jixu y Qiang Ji (2015). "A probabilistic approach to online eye gaze tracking without explicit personal calibration". En: *IEEE Transactions on Image Processing* 24.3, págs. 1076-1086 (citado en la página 23).
- Cherif, Z. R., A. Nait-Ali, J. F. Motsch y M. O. Krebs (2002). "An adaptive calibration of an infrared light device used for gaze tracking". En: *IMTC/2002. Proceedings of the 19th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (IEEE Cat. No.00CH37276)*. Vol. 2, 1029-1033 vol.2 (citado en las páginas 14, 23).
- Cristino, Filipe, Sebastiaan Mathôt, Jan Theeuwes y Iain D Gilchrist (2010). "ScanMatch: A novel method for comparing fixation sequences". En: *Behavior research methods* 42.3, págs. 692-700 (citado en las páginas 31, 32).
- De Berg, Mark, Atlas F Cook IV y Joachim Gudmundsson (2013). "Fast fréchet queries". En: *Computational Geometry* 46.6, págs. 747-755 (citado en la página 33).
- Dewhurst, Richard, Marcus Nyström, Halszka Jarodzka et al. (2012). "It depends on how you look at it: Scanpath comparison in multiple dimensions with MultiMatch, a vector-based approach". En: *Behavior research methods* 44.4, págs. 1079-1100 (citado en las páginas 30, 32, 33).
- Dijkstra, Edsger W (1959). "A note on two problems in connexion with graphs". En: *Numerische mathematik* 1.1, págs. 269-271 (citado en la página 32).
- Drewes, Jan, Weina Zhu, Yingzhou Hu y Xintian Hu (2014). "Smaller is better: Drift in gaze measurements due to pupil dynamics." En: *PloS one* 9.10 (citado en las páginas 5, 19, 39).
- Duchowski, Andrew T, Jason Driver, Sheriff Jolaoso et al. (2010). "Scanpath comparison revisited". En: *Proceedings of the 2010 symposium on eye-tracking research & applications*. ACM, págs. 219-226 (citado en las páginas 35, 36).
- Eisenbarth, Hedwig y Georg W Alpers (2011). "Happy mouth and sad eyes: scanning emotional facial expressions." En: *Emotion* 11.4, pág. 860 (citado en la página 37).
- Eraslan, Sukru, Yeliz Yesilada y Simon Harper (2015). "Eye tracking scanpath analysis techniques on web pages: A survey, evaluation and comparison". En: *Journal of Eye Movement Research* 9.1 (citado en las páginas 30, 31).
- Fischler, Martin A y Robert C Bolles (1981). "Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography". En: *Communications of the ACM* 24.6, págs. 381-395 (citado en la página 14).
- Freeth, M, P Chapman, D Ropar y P Mitchell (2010). "Do gaze cues in complex scenes capture and direct the attention of high functioning adolescents with ASD? Evidence from eye-tracking". En: *Journal of autism and developmental disorders* 40.5, págs. 534-547 (citado en las páginas 34, 37).

- García, Carlos Alberto Pinedo (2018). *Auto-calibración de rastreador ocular con análisis de patrones y técnicas probabilistas*. (Citado en la página 1).
- Gibaldi, Agostino, Mauricio Vanegas, Peter J. Bex y Guido Maiello (2017). "Evaluation of the Tobii EyeX Eye tracking controller and Matlab toolkit for research". En: *Behavior Research Methods* 49.3, págs. 923-946 (citado en la página 14).
- Goldberg, Joseph H y Anna M Wichansky (2003). "Eye tracking in usability evaluation: A practitioner's guide". En: *The Mind's Eye*. Elsevier, págs. 493-516 (citado en las páginas 1, 13).
- Hansen, Dan Witzner, Javier San Agustin y Arantxa Villanueva (2010). "Homography normalization for robust gaze estimation in uncalibrated setups". En: *Proceedings of the 2010 Symposium on Eye-Tracking Research & Applications*. ACM, págs. 13-20 (citado en la página 14).
- Harezlak, Katarzyna, Pawel Kasprowski y Mateusz Stasch (2014). "Towards accurate eye tracker calibration—methods and procedures". En: *Procedia Computer Science* 35, págs. 1073-1081 (citado en la página 28).
- Hennessey, Craig, Borna Nouredin y Peter Lawrence (2008). "Fixation precision in high-speed noncontact eye-gaze tracking". En: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 38.2, págs. 289-298 (citado en las páginas 15, 16, 24, 25).
- Hernandez, María Guadalupe Alvarado (2016). *Evaluación de Objetos de Aprendizaje a través de Seguimiento Ocular*. (Citado en las páginas 1, 2).
- Hornof, Anthony J y Tim Halverson (2002). "Cleaning up systematic error in eye-tracking data by using required fixation locations". En: *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers* 34.4, págs. 592-604 (citado en la página 34).
- Jarodzka, Halszka, Kenneth Holmqvist y Marcus Nyström (2010). "A vector-based, multidimensional scanpath similarity measure". En: *Proceedings of the 2010 symposium on eye-tracking research & applications*. ACM, págs. 211-218 (citado en las páginas 30, 32, 33).
- Kasprowski, Pawel y Katarzyna Harezlak (2018). "ETCAL—a versatile and extendable library for eye tracker calibration". En: *Digital Signal Processing* 77, págs. 222-232 (citado en la página 15).
- Kasprowski, Pawel, Katarzyna Harezlak y Mateusz Stasch (2014). "Guidelines for the eye tracker calibration using points of regard". En: *Information Technologies in Biomedicine, Volume 4*. Springer, págs. 225-236 (citado en las páginas 13, 15).
- Krafka, Kyle, Aditya Khosla, Petr Kellnhofer et al. (2016). "Eye tracking for everyone". En: *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, págs. 2176-2184 (citado en la página 14).
- Luo, Linlin, Kenneth A Kiewra, Markeya S Peteranetz y Abraham E Flanigan (2017). "Using eye-tracking technology to understand how graphic organizers aid student learning". En: *Eye-tracking technology applications in educational research*. IGI Global, págs. 220-238 (citado en la página 23).
- MacGregor, Teresa, A. M. Salaz y Priya Thomas (2016). "Eye Tracking Pilot Accuracy and Precision Data". En: (citado en las páginas 5, 25).

- Mannan, Sabira K, Keith H Ruddock y David S Wooding (1996). "The relationship between the locations of spatial features and those of fixations made during visual examination of briefly presented images". En: *Spatial vision* 10.3, págs. 165-188 (citado en las páginas 30, 32).
- Martinez, Francis, Andrea Carbone y Edwige Pissaloux (2012). "Gaze estimation using local features and non-linear regression". En: *Image Processing (ICIP), 2012 19th IEEE International Conference on*. IEEE, págs. 1961-1964 (citado en la página 13).
- Mitsugami, Ikuhisa, Norimichi Ukita y Masatsugu Kidode (2003). "Estimation of 3D gazed position using view lines". En: *Image Analysis and Processing, 2003. Proceedings. 12th International Conference on*. IEEE, págs. 466-471 (citado en las páginas 24, 25).
- Morimoto, Carlos H y Marcio RM Mimica (2005). "Eye gaze tracking techniques for interactive applications". En: *Computer vision and image understanding* 98.1, págs. 4-24 (citado en las páginas 29, 34).
- Needleman, Saul B y Christian D Wunsch (1970). "A general method applicable to the search for similarities in the amino acid sequence of two proteins". En: *Journal of molecular biology* 48.3, págs. 443-453 (citado en las páginas 30, 31).
- Noris, Basilio, Jean-Baptiste Keller y Aude Billard (2011). "A wearable gaze tracking system for children in unconstrained environments". En: *Computer Vision and Image Understanding* 115.4, págs. 476-486 (citado en la página 13).
- Ohno, Takehiko y Naoki Mukawa (2004). "A free-head, simple calibration, gaze tracking system that enables gaze-based interaction". En: *Proceedings of the 2004 symposium on Eye tracking research & applications*. ACM, págs. 115-122 (citado en la página 14).
- Pomplun, Marc, Boris Velichkovsky y Helge Ritter (1994). "An artificial neural network for high precision eye movement tracking". En: *Annual Conference on Artificial Intelligence*. Springer, págs. 63-69 (citado en la página 14).
- Ramirez Gomez, Argenis y Hans Gellersen (2018). "Smooth-i: smart re-calibration using smooth pursuit eye movements". En: (citado en la página 23).
- Rigas, Ioannis, George Economou y Spiros Fotopoulos (2012). "Biometric identification based on the eye movements and graph matching techniques". En: *Pattern Recognition Letters* 33.6, págs. 786-792 (citado en las páginas 29, 34).
- Seghouane, A-K y Maiza Bekara (2004). "A small sample model selection criterion based on Kullback's symmetric divergence". En: *IEEE Transactions on Signal Processing* 52.12, págs. 3314-3323 (citado en la página 9).
- Sesma-Sanchez, Laura, Yanxia Zhang, Andreas Bulling y Hans Gellersen (2016). "Gaussian processes as an alternative to polynomial gaze estimation functions". En: *Proceedings of the Ninth Biennial ACM Symposium on Eye Tracking Research & Applications*. ACM, págs. 229-232 (citado en las páginas 24, 25).
- Ukkonen, Esko (1992). "Approximate string-matching with q-grams and maximal matches". En: *Theoretical computer science* 92.1, págs. 191-211 (citado en la página 10).
- Vadillo, Miguel A, Chris NH Street, Tom Beesley y David R Shanks (2015). "A simple algorithm for the offline recalibration of eye-tracking data through best-fitting linear transformation". En: *Behavior research methods* 47.4, págs. 1365-1376 (citado en la página 23).

- Zhang, Yunfeng y Anthony J Hornof (2014). "Easy post-hoc spatial recalibration of eye tracking data". En: *Proceedings of the symposium on eye tracking research and applications*. ACM, págs. 95-98 (citado en las páginas 23, 24).
- Zhu, Zhiwei y Qiang Ji (2005). "Eye gaze tracking under natural head movements". En: *Computer Vision and Pattern Recognition, 2005. CVPR 2005. IEEE Computer Society Conference on*. Vol. 1. IEEE, págs. 918-923 (citado en las páginas 14, 15).
- Zhu, Zhiwei, Qiang Ji et al. (2007). "Novel eye gaze tracking techniques under natural head movement". En: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering BME* 54.12, pág. 2246 (citado en las páginas 14, 23-25).